

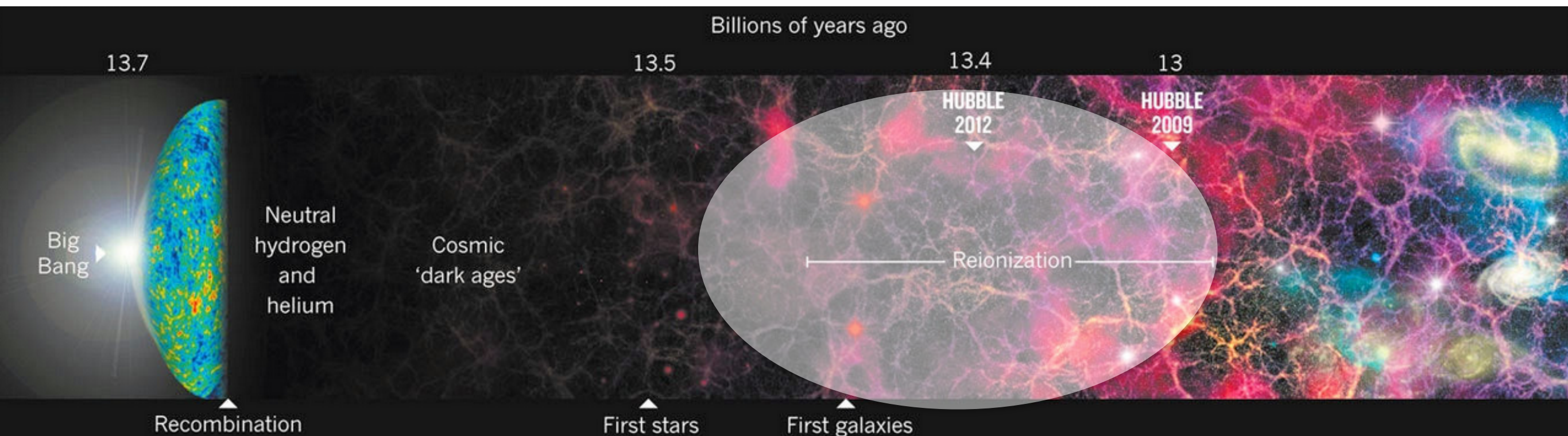
ガウス過程回帰による前景除去

LoW EoR subEWG 前景放射チーム

熊本大学 M1 伊東拓実

宇宙再電離期(EoR)

天体からの紫外線が宇宙中のHIを電離
→宇宙再電離期



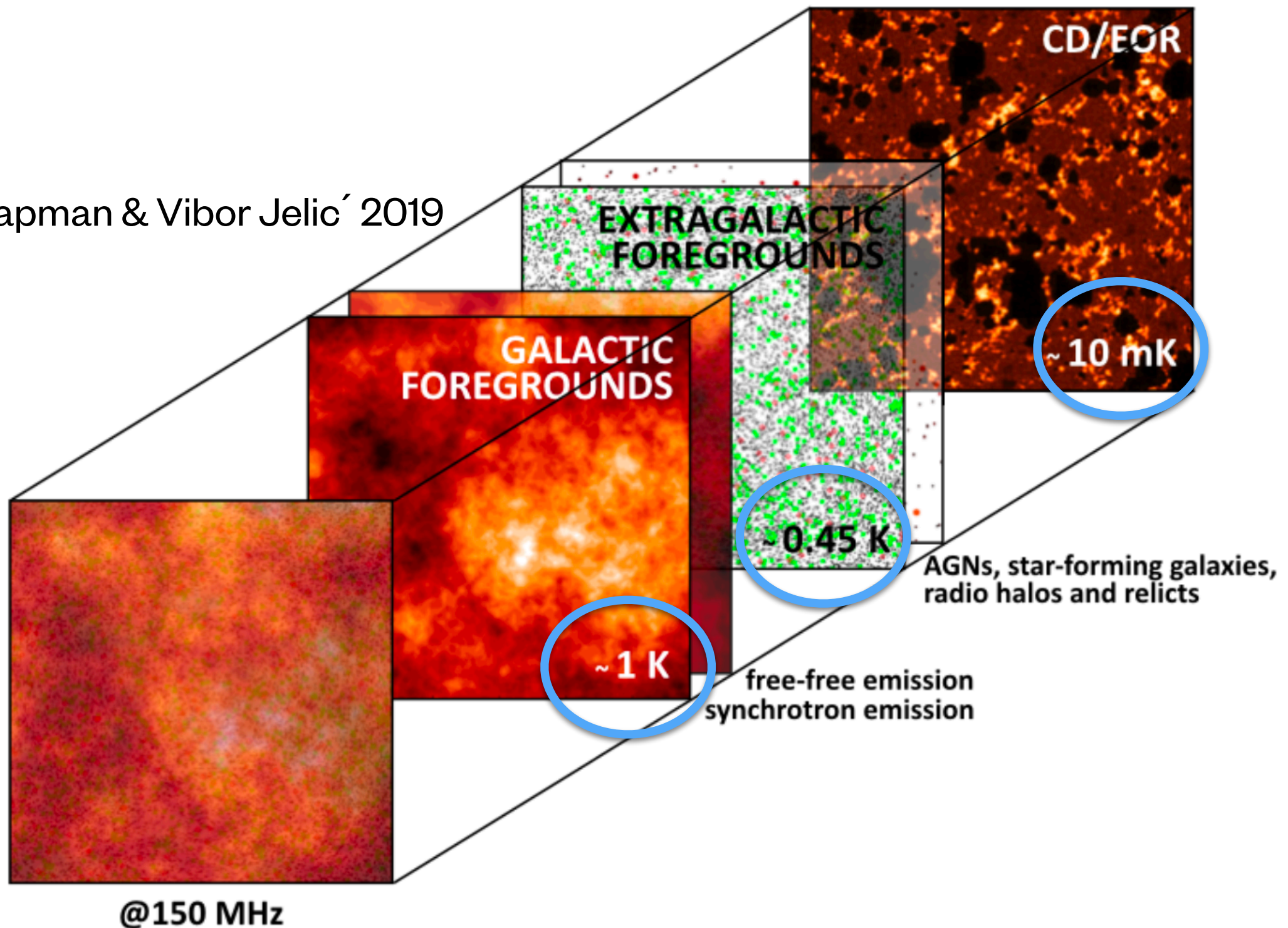
<https://astrobit.es.org/wp-content/uploads/2015/05/cover.png>

中性水素からの21cm線を用いて観測

前景除去の重要性

↓ 見たい(HI@EoR)

Emma Chapman & Vibor Jelic' 2019



前景除去手法

- 多項式近似
- 主成分分析(PCA)
- FAST ICA
- GMCA
- ガウス過程回帰(GPR)
など

GPRは最新のLOFARの解析で使用されている
(Mertens et al 2018,2020)

GPR

データ \mathbf{d} と求めたい値 \mathbf{f}' (e.g. fgの輝度温度) の同時分布が
ガウス分布と仮定すると

$$\begin{bmatrix} d \\ f' \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} m(x) \\ m(x') \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} K(x, x) + \sigma_n^2 I & K(x, x') \\ K(x', x) & K(x', x') \end{bmatrix} \right)$$

このときの期待値と共分散は

$$\begin{aligned} E(\mathbf{f}') &= m(\mathbf{x}') + K(\mathbf{x}', \mathbf{x}) [K(\mathbf{x}, \mathbf{x}) + \sigma_n^2 I]^{-1} (\mathbf{d} - m(\mathbf{x})) \\ \text{cov}(\mathbf{f}') &= K(\mathbf{x}', \mathbf{x}') - K(\mathbf{x}', \mathbf{x}) [K(\mathbf{x}, \mathbf{x}) + \sigma_n^2 I]^{-1} K(\mathbf{x}, \mathbf{x}'). \end{aligned}$$

※ガウス分布: $N[m, K]$

m : 平均値

K : 共分散行列

GPRによる前景除去

- 前景：周波数方向に滑らか
確率分布 $N[0, K_{fg}]$
- HI：滑らかでない
確率分布 $N[0, K_{21}]$
- $K_{fg} + K_{21}$ をデータにfit： K_{fg}, K_{21} のパラメータを決める
→ K が決まる
→前景の期待値を計算して除去

手順

データ持ってくる

データから前景と21cm線のカーネルを作る

データと前景の同時分布がガウス分布と仮定する

前景の期待値を求める

データから前景の期待値を引く

今回のデータ、コード

コードは gpr4im という名で公開されている

(論文: Soares P. S., Watkinson C. A., Cunnington S., Pourtsidou A., 2021)

データは SKA1 Low を想定したシミュレーションデータ

周波数: 167~187MHz

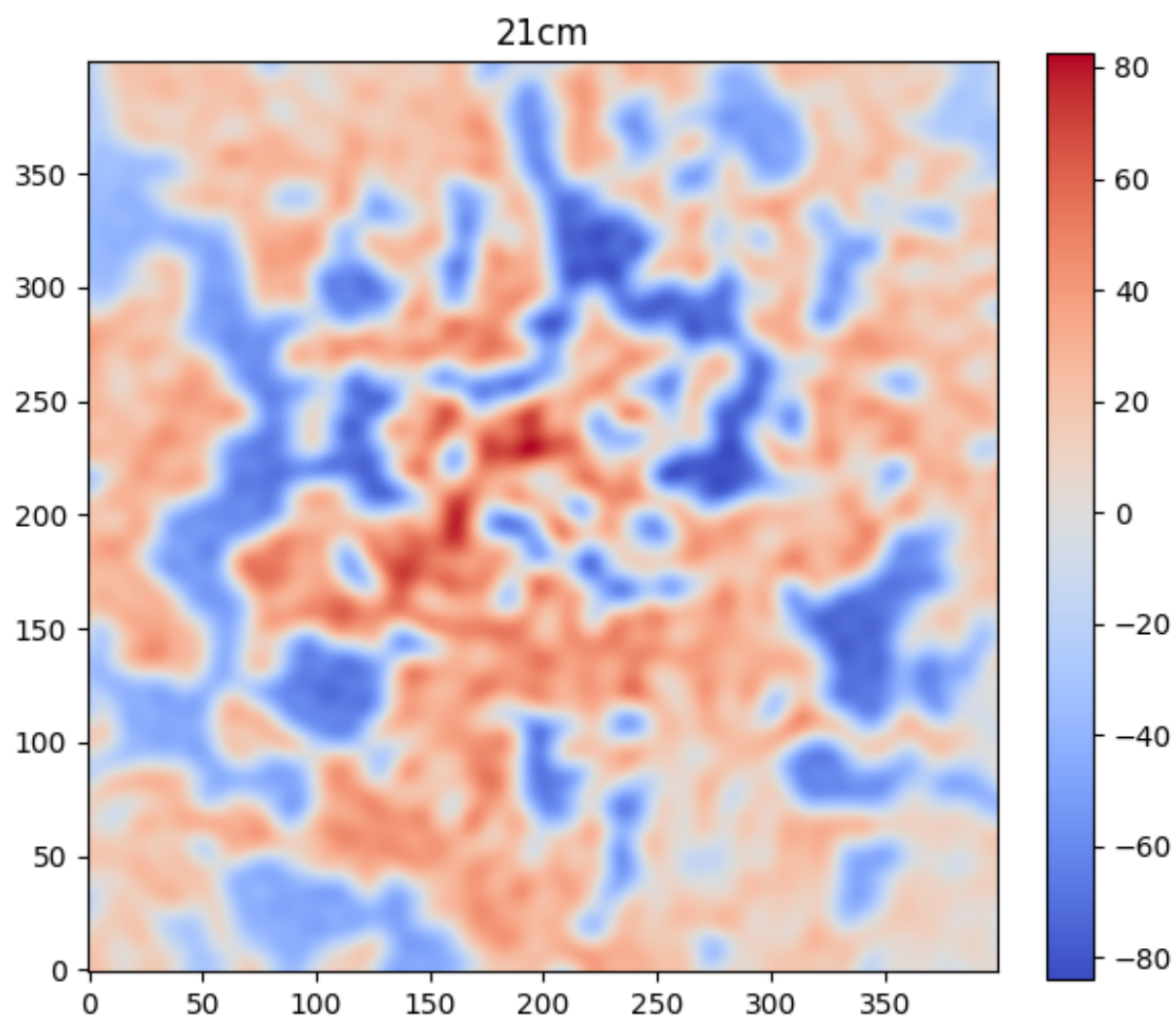
周波数分解能: 0.2MHz

視野: 600Mpc × 600Mpc

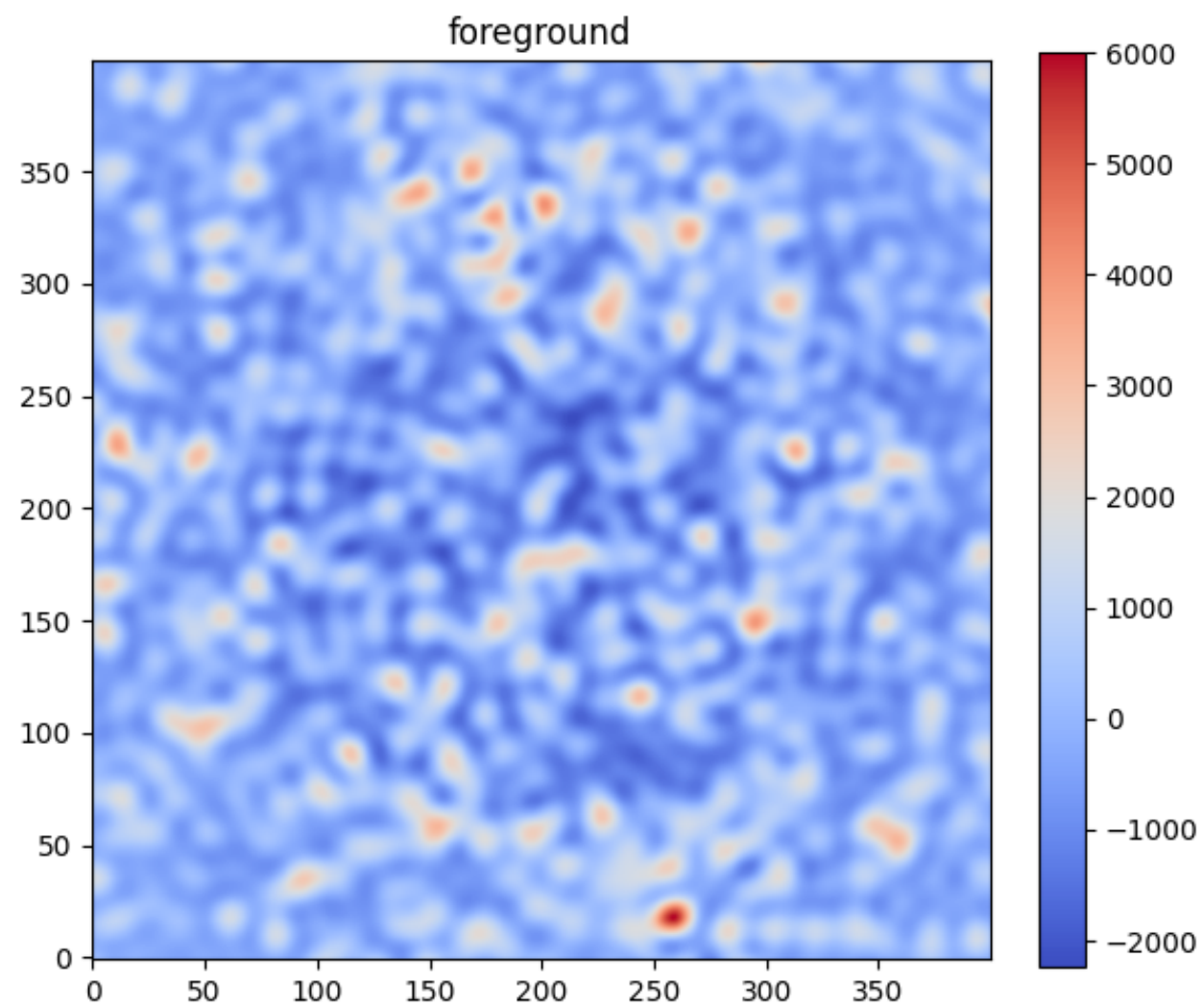
HI : 21cmFAST (Mesinger et al 2010)

前景放射 : GLEAM (Hurley-Walker et al 2014)

21cm(見たいもの)



前景放射



手順

データ持ってくる

データから前景と21cm線のカーネルを作る

データと前景の同時分布がガウス分布と仮定する

前景の期待値を求める

データから前景の期待値を引く

Matern kernel(分散,共分散)

$$\kappa_{\nu}(x, \hat{x}) = \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{\sqrt{2\nu}r}{\theta} \right)^{\nu} K_{\nu} \left(\frac{\sqrt{2\nu}r}{\theta} \right)$$

ここで $r = |x - \hat{x}|$, K_{ν} : 第2種の変形ベッセル関数, θ : スケールパラメータ

ν : 関数の滑らかさを表す

前景 (周波数的に滑らか, $\nu = 5/2, \nu = 3/2$ の2成分)

HI (周波数的に滑らかでない, $\nu = 1/2$) $\kappa_{1/2}(x, \hat{x}) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{r}{\theta}\right)$

→ $\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\text{fg}} + \mathbf{K}_{21}$ をデータに fit する。 $\theta, \sigma \rightarrow$ フリーパラメータ

手順

データ持ってくる

データから前景と21cm線のカーネルを作る

データと前景の同時分布がガウス分布と仮定する

前景の期待値を求める

データから前景の期待値を引く

データと前景放射の同時分布をガウス分布と仮定すると

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{f}_{fg} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} K_{fg} + K_{21} + \sigma_n^2 I & K_{fg} \\ & K_{fg} \end{bmatrix} \right)$$

このとき \mathbf{f}_{fg} の期待値 $E(\mathbf{f}_{fg})$ は

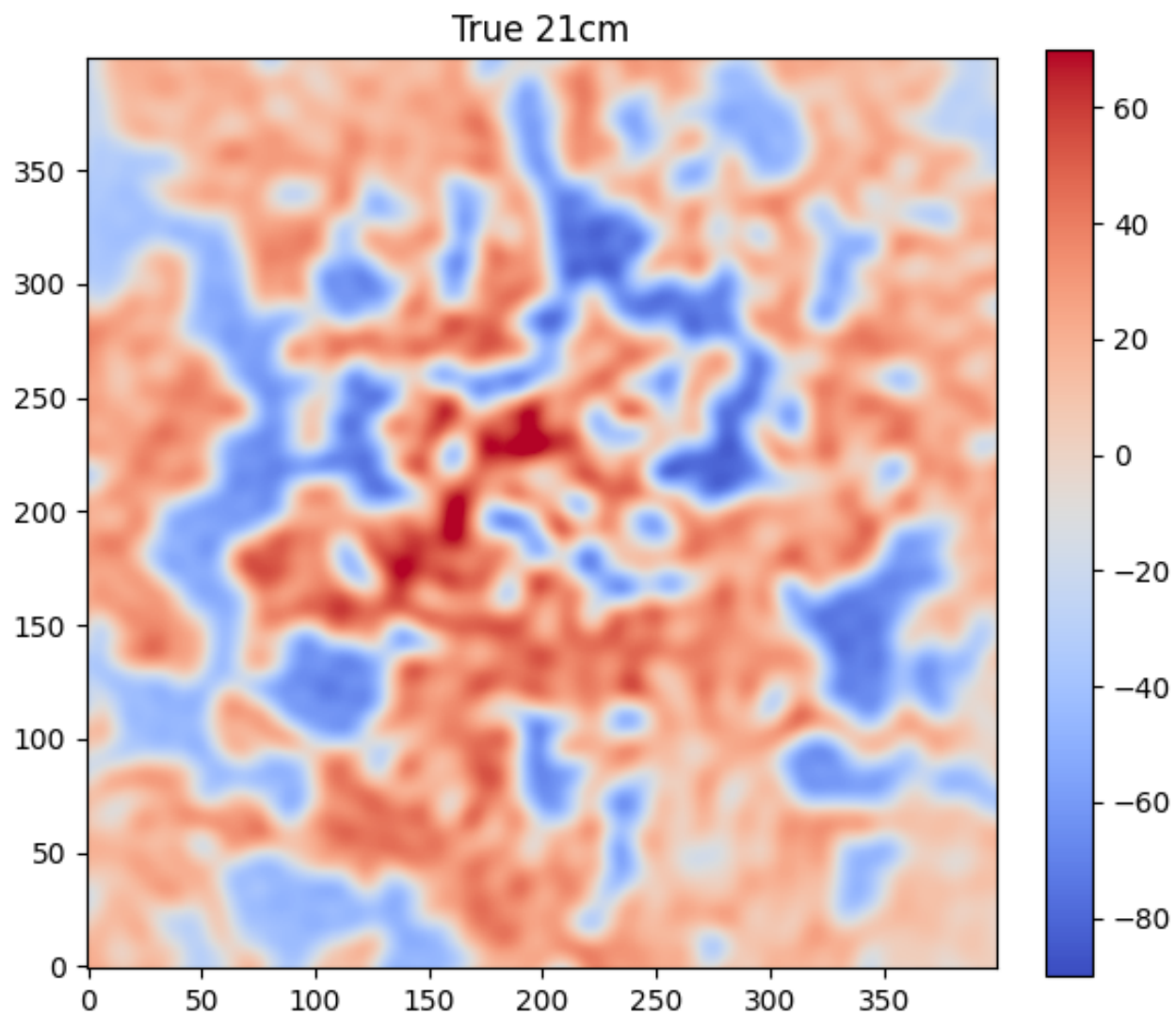
$$E(\mathbf{F}_{fg}) = K_{fg} [K + \sigma_n^2 I]^{-1} \mathbf{d}$$

よってデータから前景の期待値を引いて

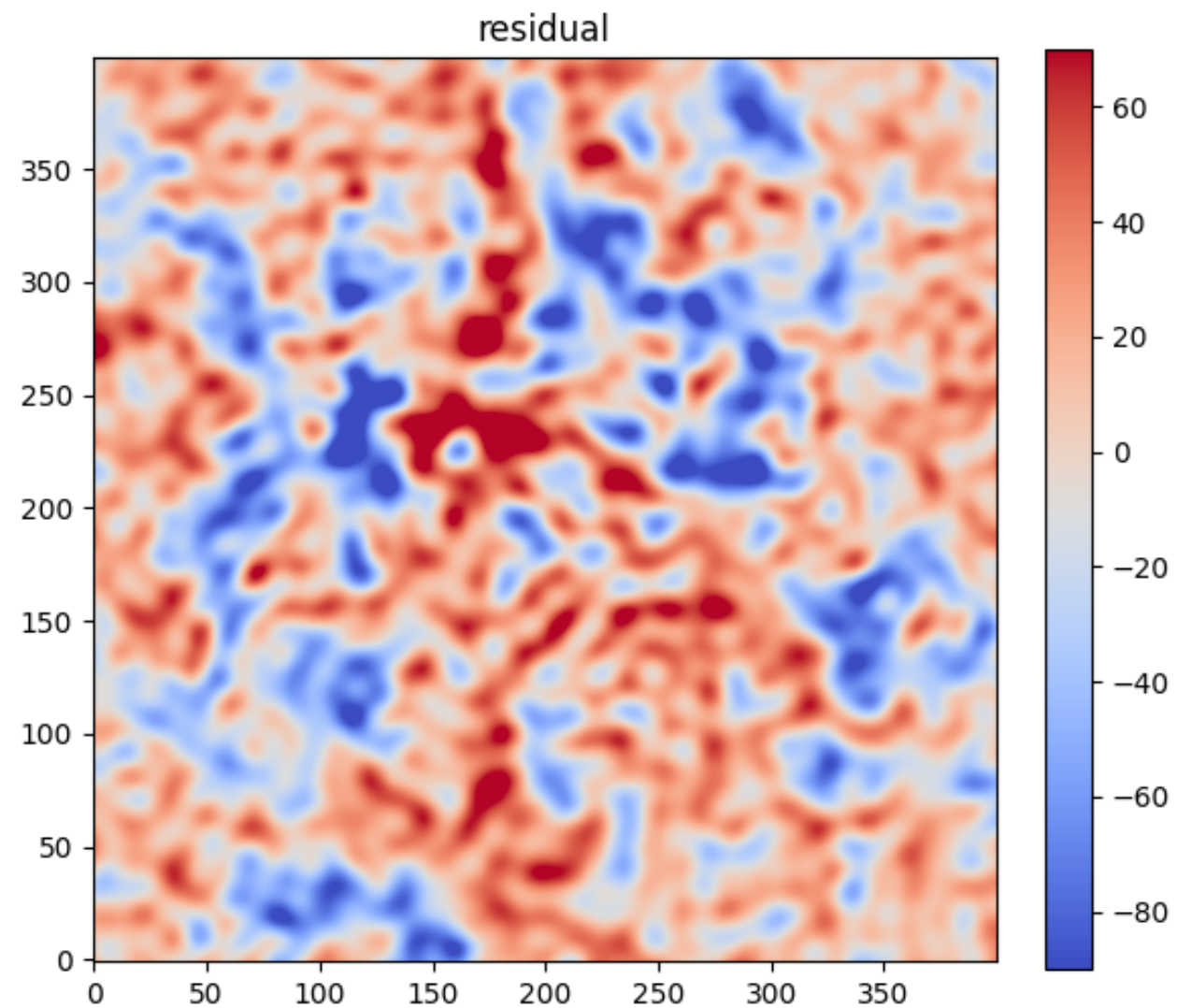
$$\mathbf{d}_{res} = \mathbf{d} - E(\mathbf{f}_{fg})$$

Intensity map

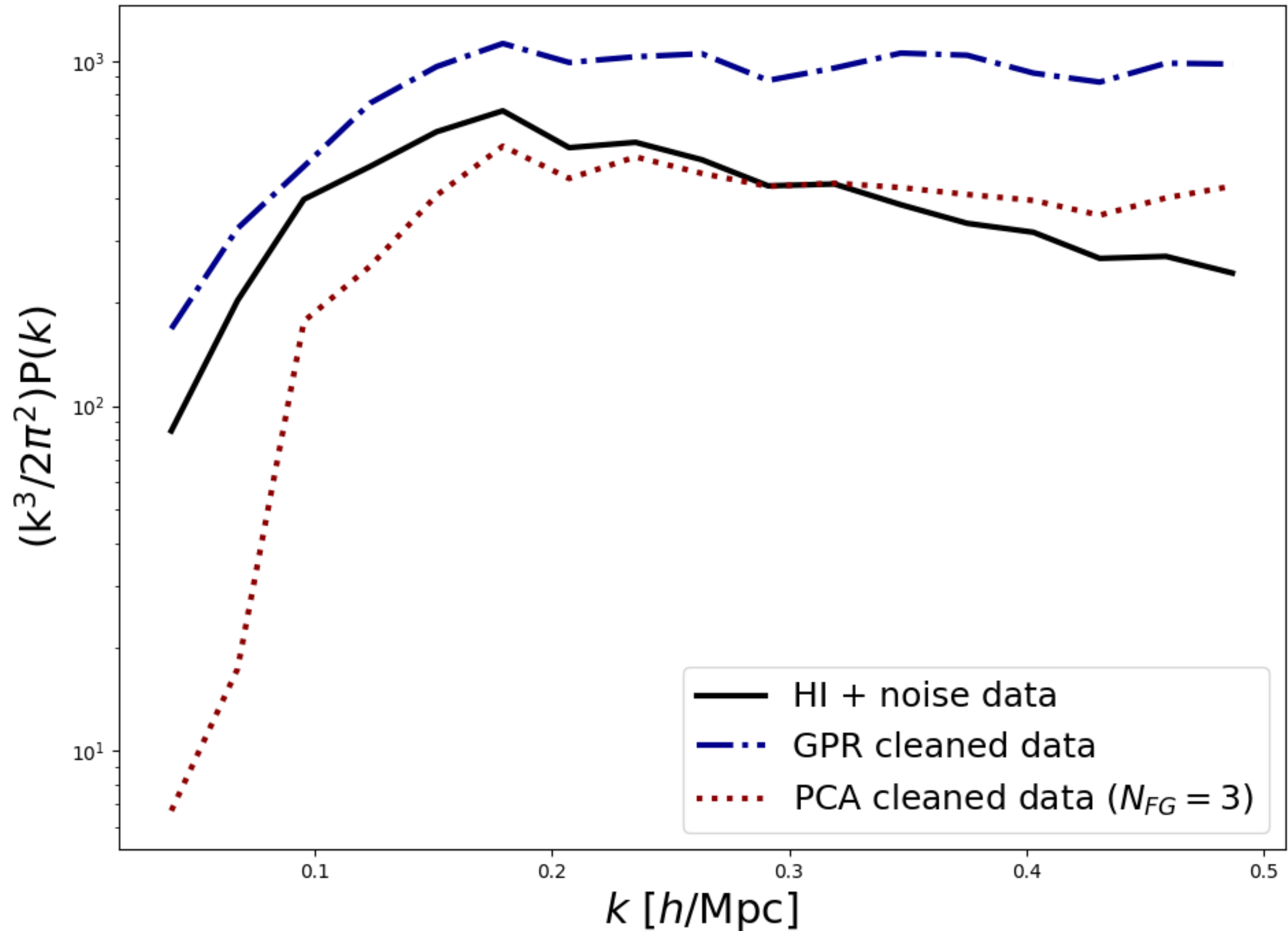
21cm(正解)



前景除去後



Power spectrum



今後やること

- より良いカーネルを探す
- 他手法との比較
- MWAデータへの適用

まとめ

- 再電離期のHIの観測には前景除去が大切
 - GPRを用いた前景除去
- 現状あまりうまくいってない
 - カーネルなどを変えてみてうまくいくか