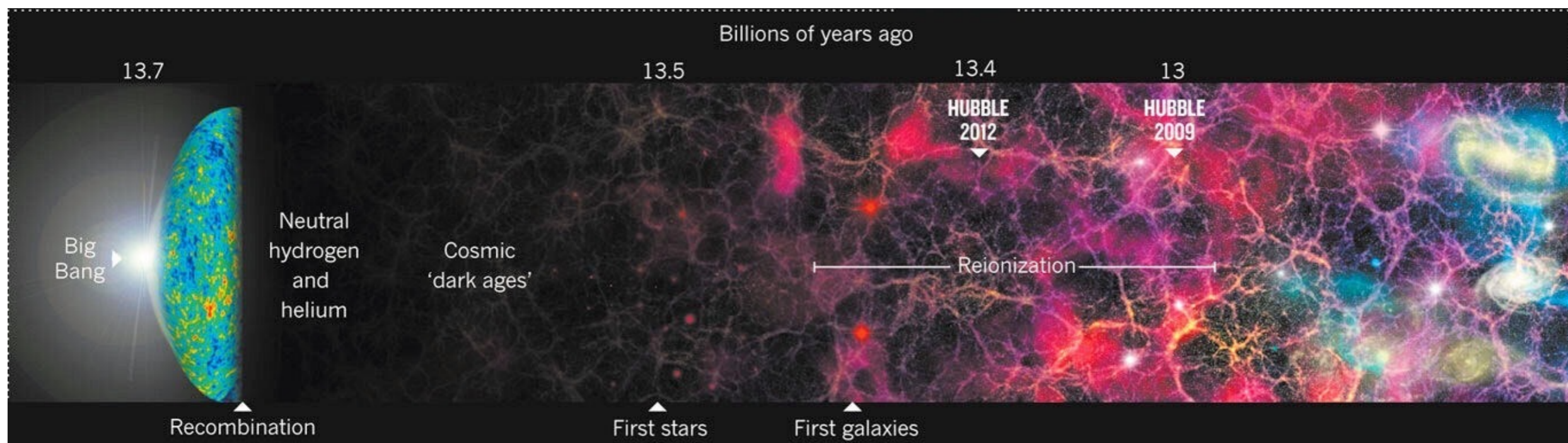


# 初代星が再電離に与える影響と 将来CMB実験での観測可能性

坂本陽菜, Kyungjin Ahn, 市來淨與, Hyunjin Moon, 長谷川賢二

# 再電離とは



## ◆宇宙の大雑把な歴史

- ① 宇宙の晴れ上がり(光が直進できるようになる)
- ② 暗黒時代
- ③ 初代星形成( $z \sim 30$ )
  - ・ 構造形成が進むとともに、星や銀河ができることで IGM(銀河間物質)の水素を電離
- ④ 再電離終わり( $z \sim 6$ )
- ⑤ さらに構造形成が進んで今の宇宙へ

# 電離史とMH

◆ IGMの電離源候補：銀河

◆ 銀河の源になる天体

✿ ミニハロー(MH)： $M \sim 10^5 - 10^8 M_\odot$  (水素分子によって冷却)

✿ 原子冷却ハロー(ACH)： $M \gtrsim 10^8 M_\odot$  (水素原子によって冷却)

◆ 電離源と初代星の関係

✿ 理論計算：再電離初期にMHが存在、再電離に影響を与える

✿ 現在の観測：不明

MHの寄与がどの程度あれば $C_\ell^{EE}$  (CMBのE-mode偏光の

角度パワースペクトル)で区別することができるのかについて考える

# 電離史と $C_\ell^{EE}$ の関係

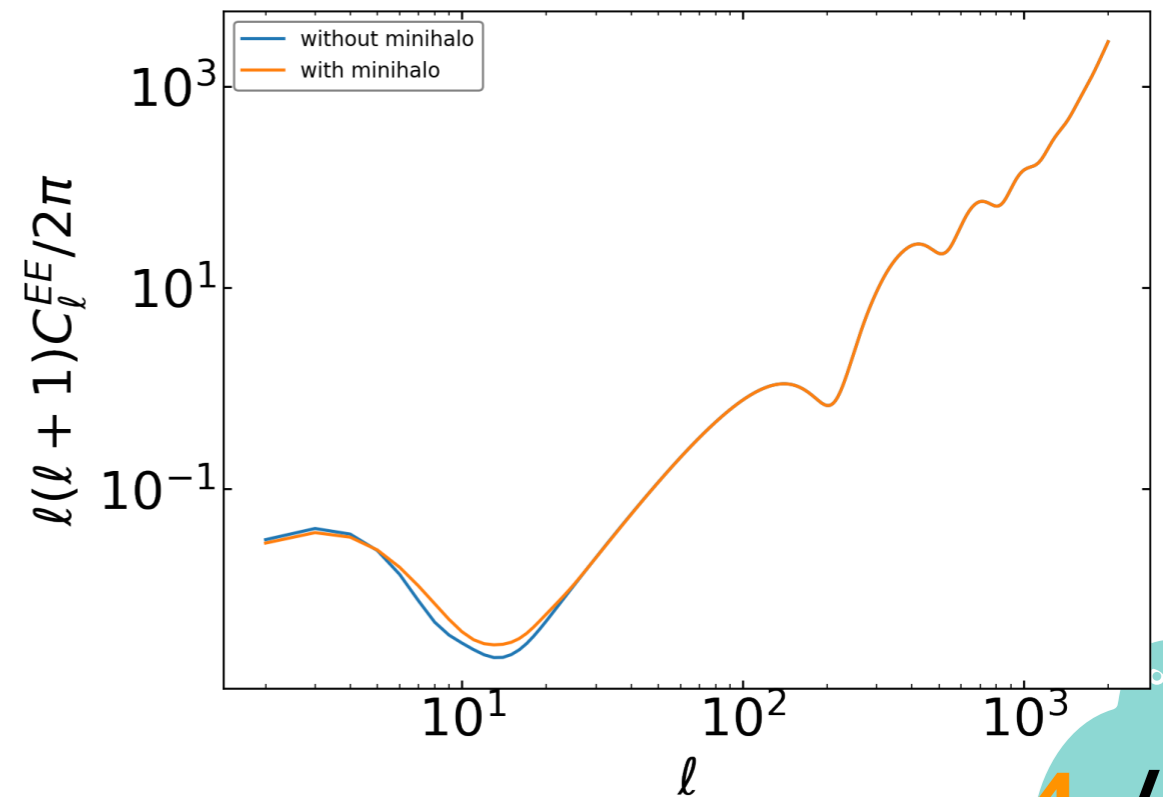
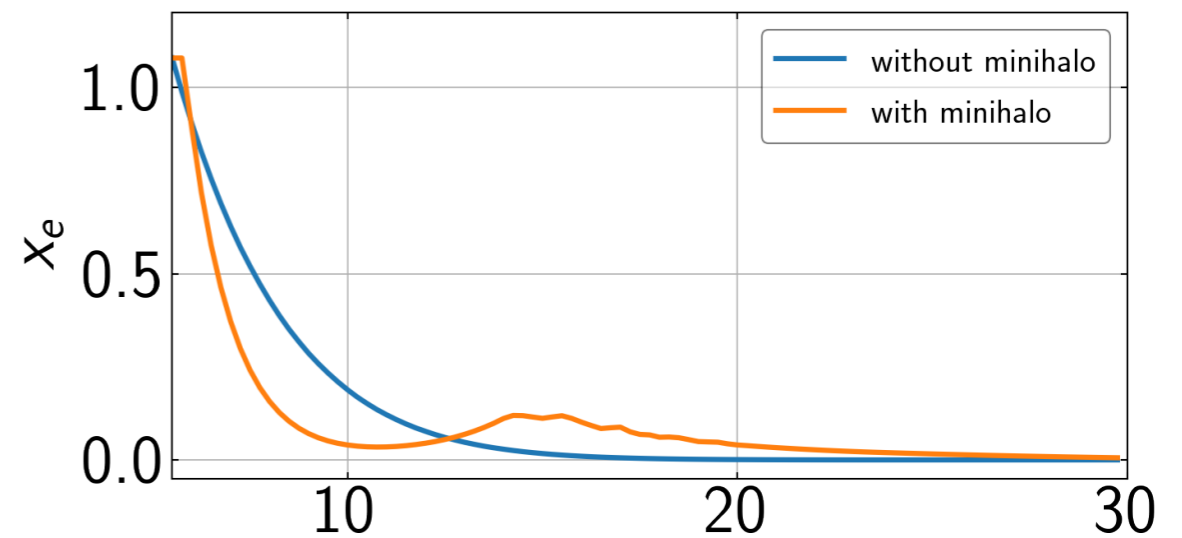
◆ 最終散乱面の温度の情報を持った光子  
→ 電子にぶつかって光が散乱  
→ 偏光が生まれる

◆ 散乱された回数の多さの情報  
→ 自由電子の多さの情報  
→ 再電離の情報

◆ 右の図：電離史と電離史に対応する $C_\ell^{EE}$

✿ MHを考慮したモデル

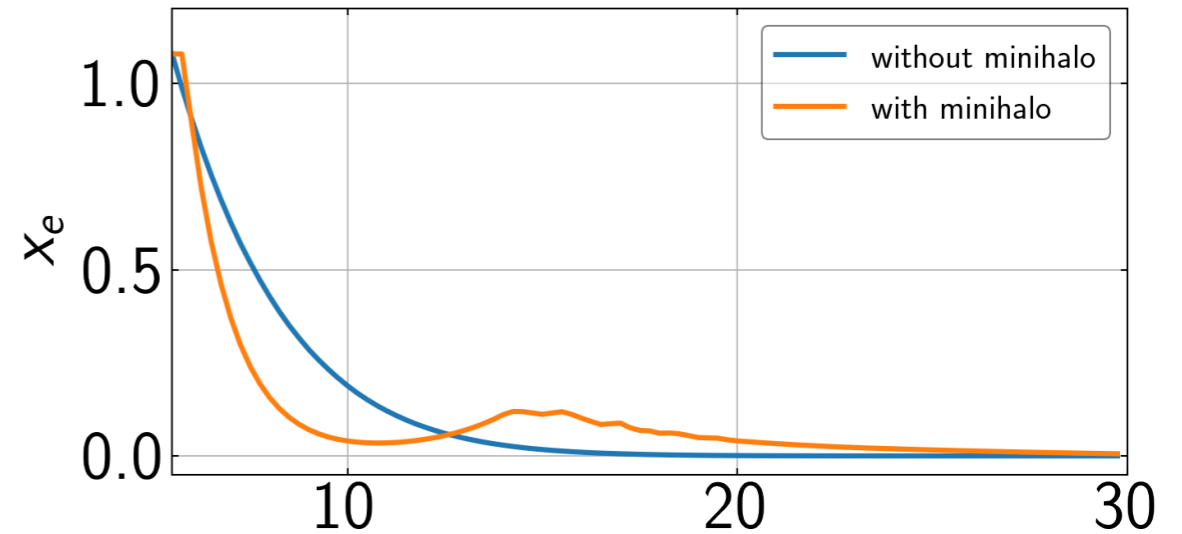
→  $\ell < 10$ での $C_\ell^{EE}$ がそうでない  
モデルより大きい



@CosmoMCにより計算

# 電離史と $C_\ell^{EE}$ の関係

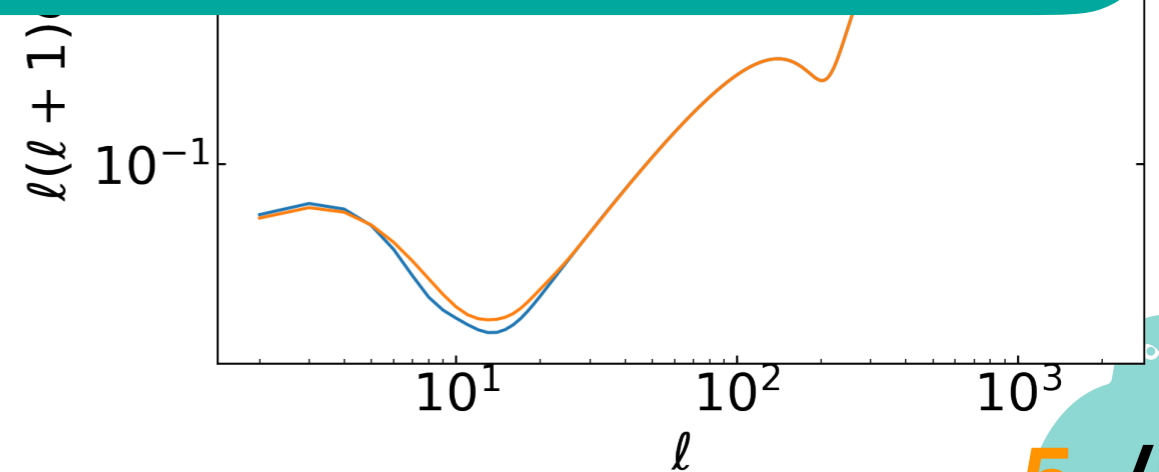
- ◆ 最終散乱面の温度の情報を持った光子  
→ 電子にぶつかって光が散乱  
→ 偏光が生まれる
- ◆ 散乱された回数の多さの情報  
→ 自由電子の多さの情報



## 目的

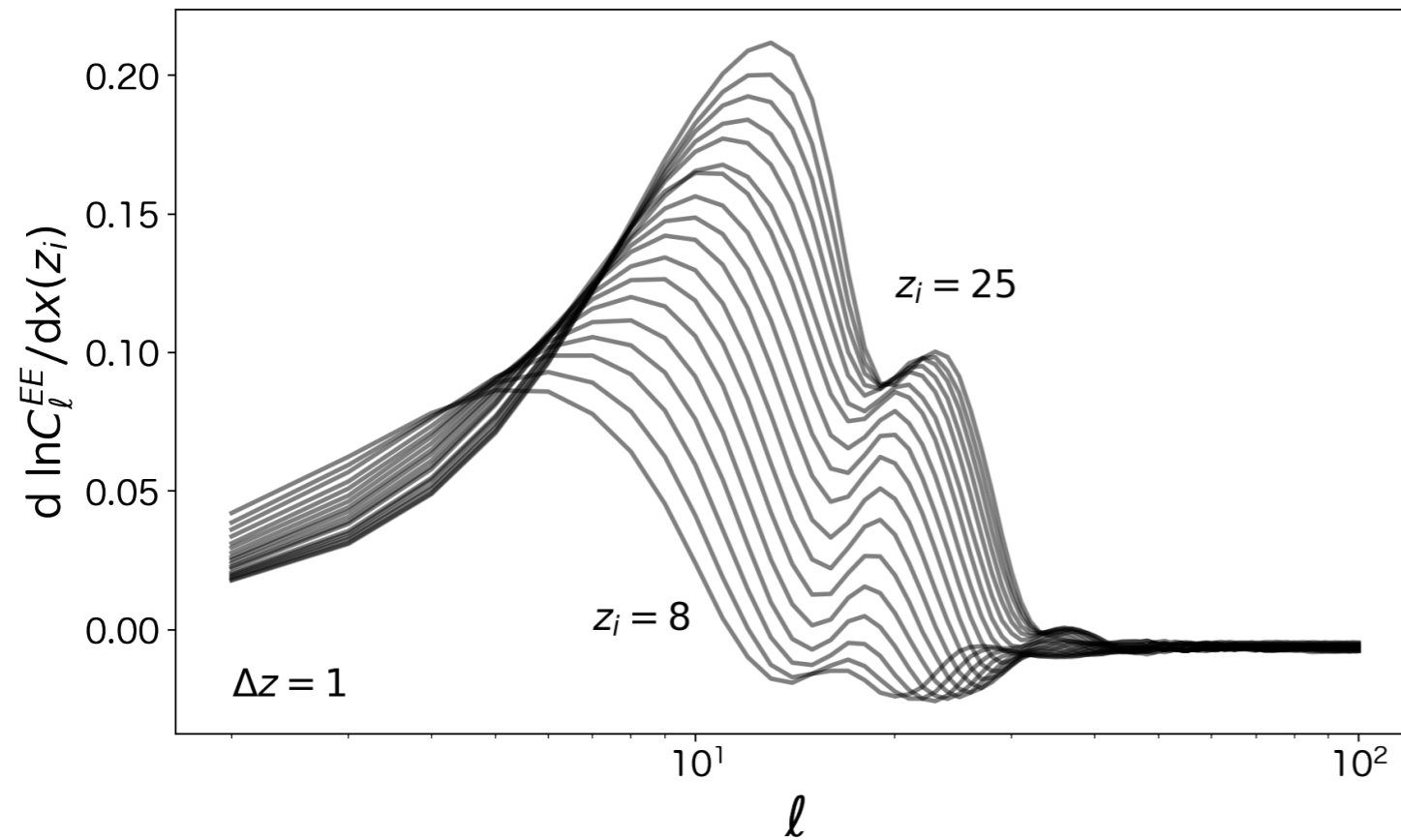
将来観測でMHの寄与がどのくらいあればない場合と  
区別がつけられるのか、 $C_\ell^{EE}$ を用いて予測する

→  $\ell < 10$ での $C_\ell^{EE}$ がそうでない  
モデルより大きい



@CosmoMCにより計算

# 用いる手法-主成分分析



◆ zビンごと

✿ 各zの影響が区別しづらい

✿ パラメータの数が多い

主成分分析



# $C_\ell^{EE}$ の主成分分析の方法-1

① データの共分散行列(Fisher-matrix) :

$$F_{ij} = \sum_{\ell=2}^{\ell_{max}} \left( \ell + \frac{1}{2} \right) \frac{\partial C_\ell^{EE}}{\partial x_e(z_i)} \frac{\partial C_\ell^{EE}}{\partial x_e(z_j)}$$

の固有値方程式を解いて固有ベクトル $S_\mu$ を出す

この際、固有値の大きい順に $\mu$ を決定する

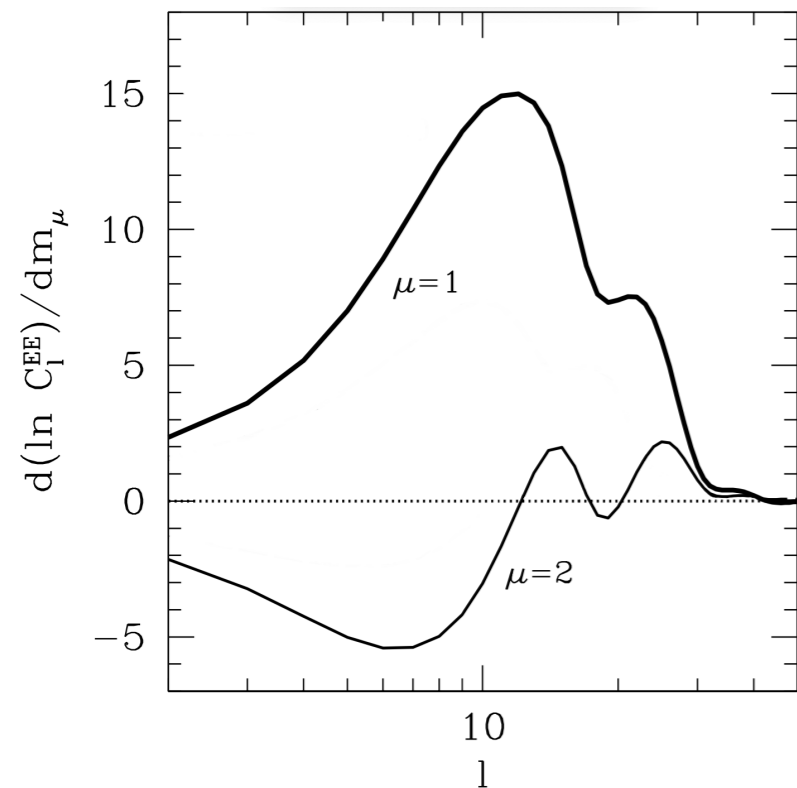
$$\left( \begin{array}{l} F_{ij} = (N_z + 1)^{-2} \sum_{\mu=1}^{N_z} S_\mu(z_i) \lambda_\mu S_\mu(z_j) \\ (N_z : \text{赤方偏移}z\text{のビンの数, } \sum_{\mu=1}^{N_z} S_\mu(z_i) S_\mu(z_j) = (N_z + 1) \delta_{ij} \text{で規格化)} \end{array} \right)$$

- 固有値の大きい( $\mu$ が小さい)モードがより $C_\ell^{EE}$ を大きく変化させる

# $C_\ell^{EE}$ の主成分分析の方法-2

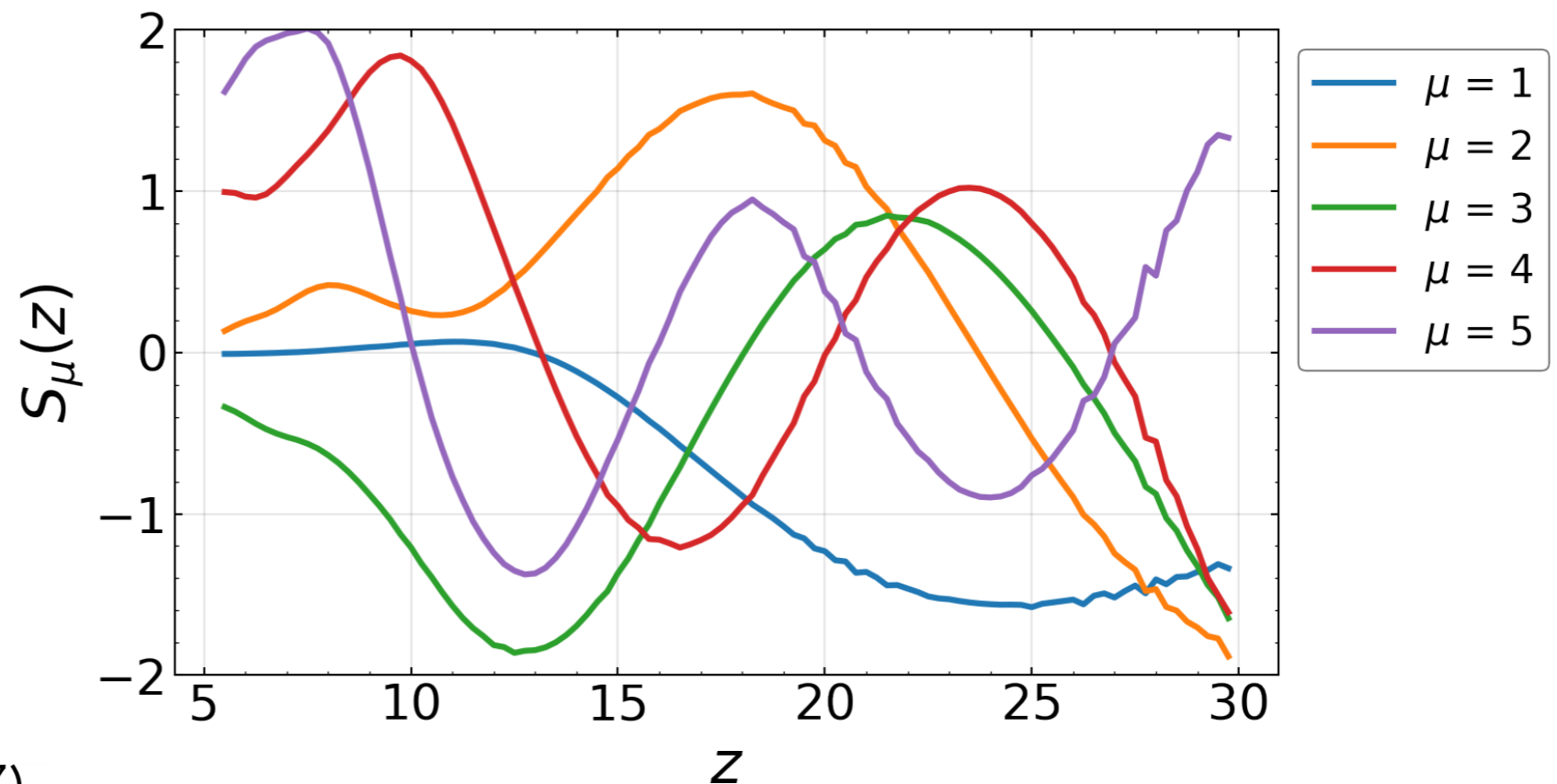
② 固有ベクトルを用いて $x_e(z)$ を表現：

$$x_e(z) = x_{e, fid} + \sum_{\mu=1}^{N_{max}} m_\mu S_\mu \quad \text{ただし, } m_\mu = \frac{\int_{z_{min}}^{z_{max}} dz S_\mu [x_e(z) - x_{e, fid}(z)]}{z_{max} - z_{min}}$$



Mortonson & Hu(2007)

より改変



$m_\mu$  : 電離史に関するパラメータ

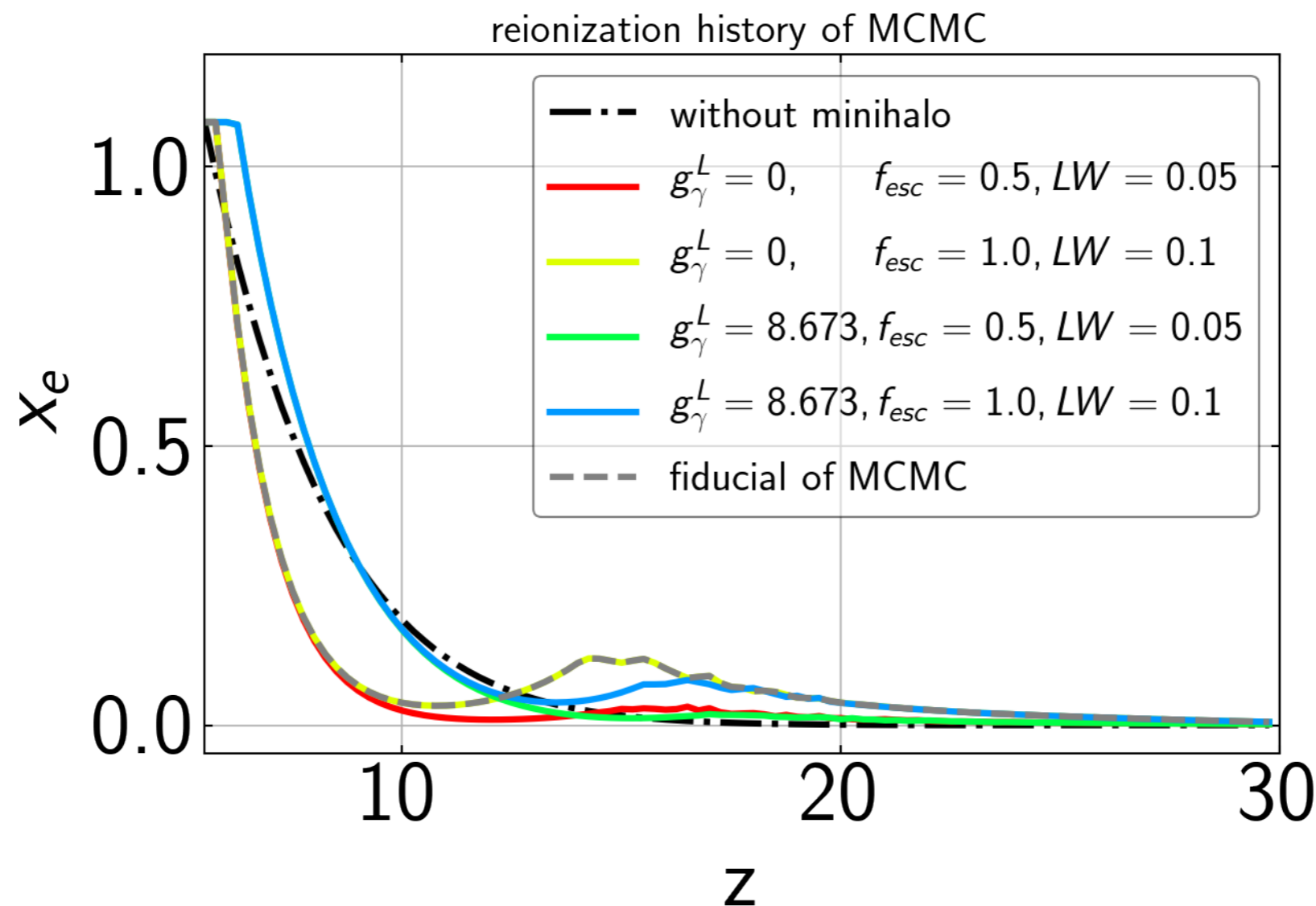


# MCMCと主成分分析

③ LiteBIRDの分解能を想定し，マルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)を用いて  $m_\mu$  への制限を見積もる

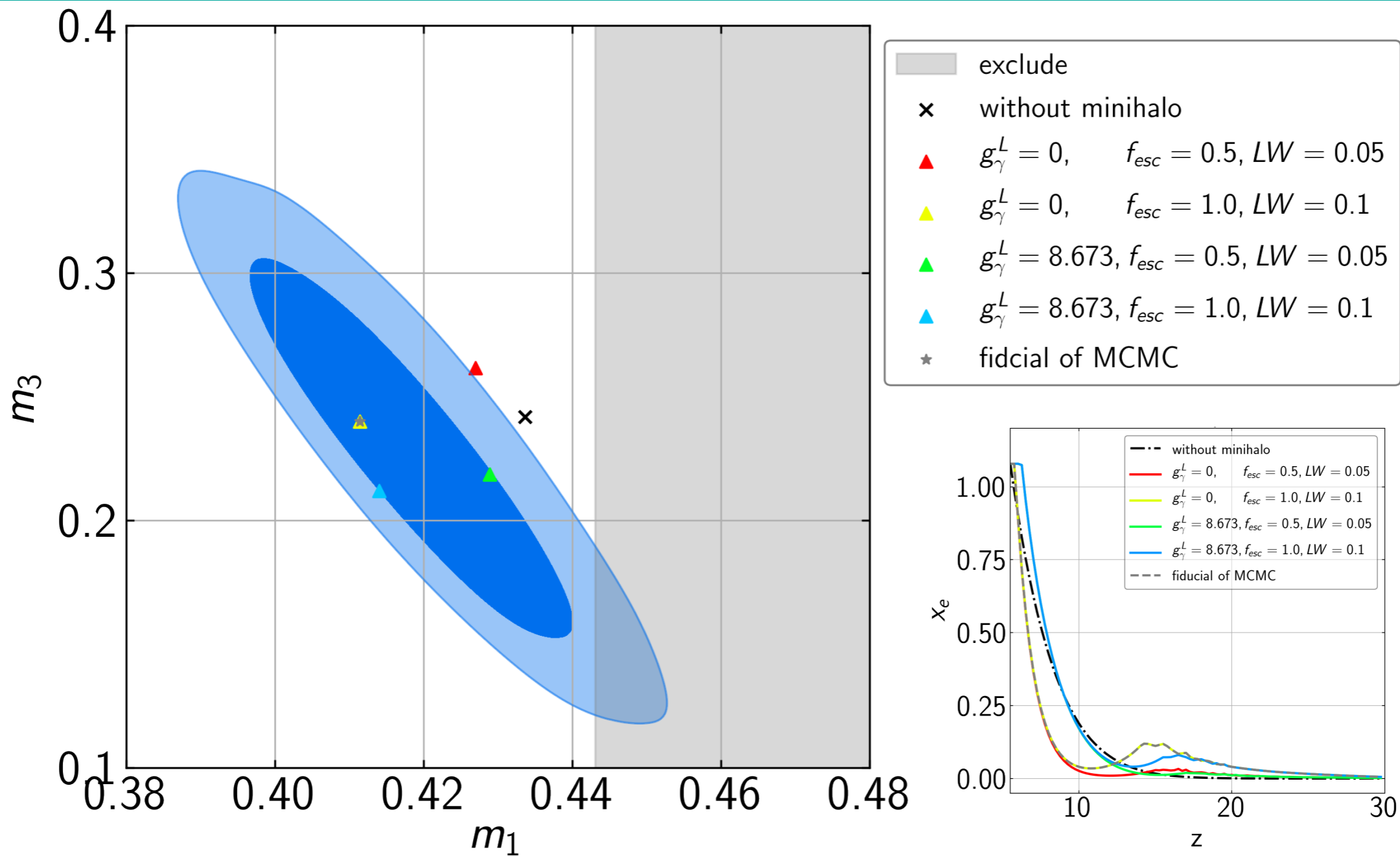
④MCMCの結果と②で求めた値を比較する

# 用いた電離史



- $g_\gamma^L$ : 低質量のACHの光子の数に関するパラメータ
- $f_{esc}$ : escape fraction
- LW: LW bandの強度の閾値 [ $10^{-21} \text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$ ]
- 電離史: Ahn et al.(2020)

# 結果



MHの寄与が大きい時 ( $g_\gamma^L = 0, f_e = 1.0, J_{LW}^{sr} = 10^{-22} \text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$ ),

MHの影響がないモデルと区別される



# まとめ

## モチベーションとその手順

### • シミュレーション上

- MHがあるかないかで電離史が区別される
- その電離史の違いは高赤方偏移で現れる

### • 観測的にはどう区別するか

- 電離史を直接観測するのは難しいので  $C_\ell^{EE}$  を用いる
- より多くの情報が欲しいのでPCAを行い電離史に関するパラメータを求める
- それをマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)を用いて予測したパラメータと比較

目的：将来観測でMHの寄与がどのくらいあればない場合と

区別がつけられるのか、 $C_\ell^{EE}$  を用いて予測する

### • 結論

MHの寄与が大きい時 ( $g_\gamma^L = 0, f_e = 1.0, J_{LW}^{sr} = 10^{-22} \text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1}$ ),

MHの影響がないモデルと区別される



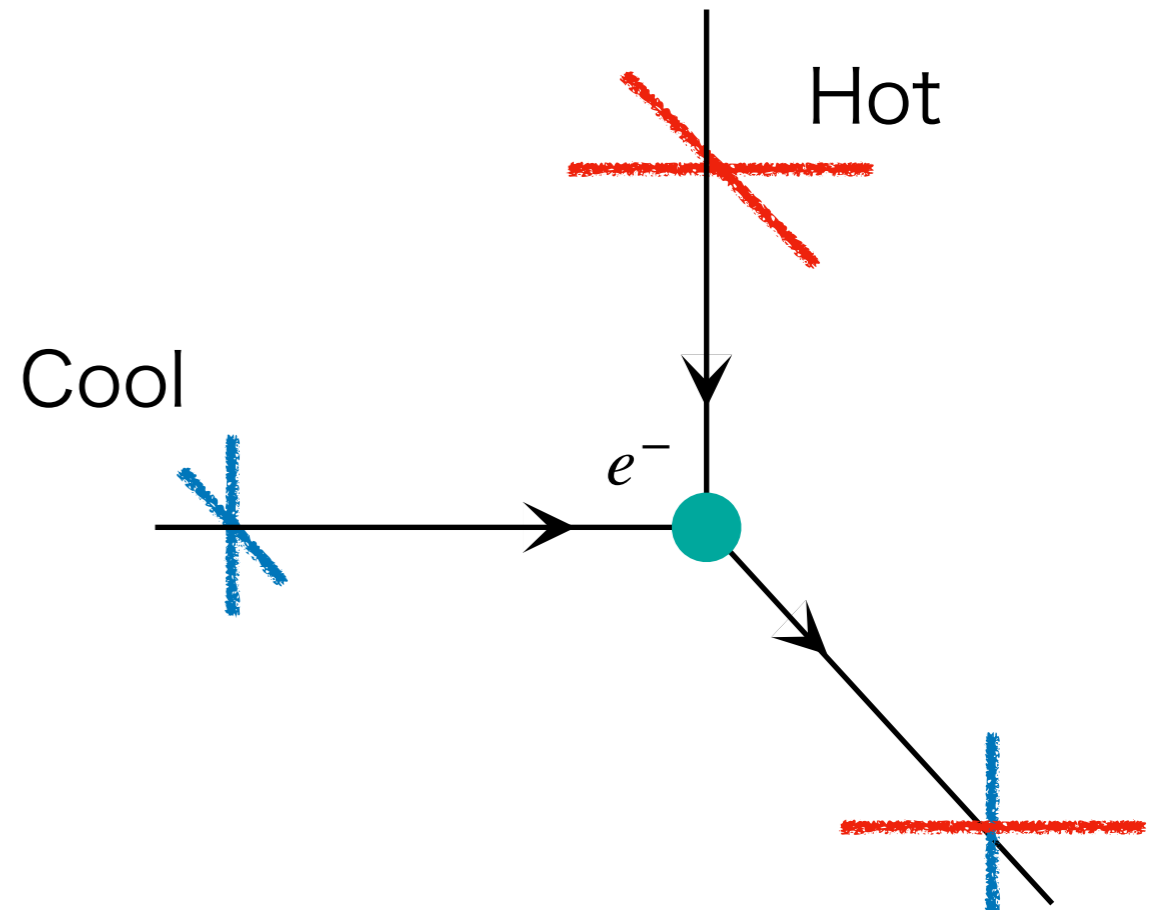


予備スライド



# CMB偏光の説明

- ◆最終散乱面の温度の情報を持った光子
  - 電子にぶつかって光が散乱
  - 偏光が生まれる
- ◆散乱された回数の多さの情報
  - 自由電子の多さの情報
  - 再電離の情報



# $C_\ell$ の $\ell$ と $z$ の関係

$\ell$  : 天球面の分割数

$\ell$ が小さい方が分割数が小さい $\rightarrow$ 見ているスケールが大きい

$\ell = 100$  : 晴れ上がり

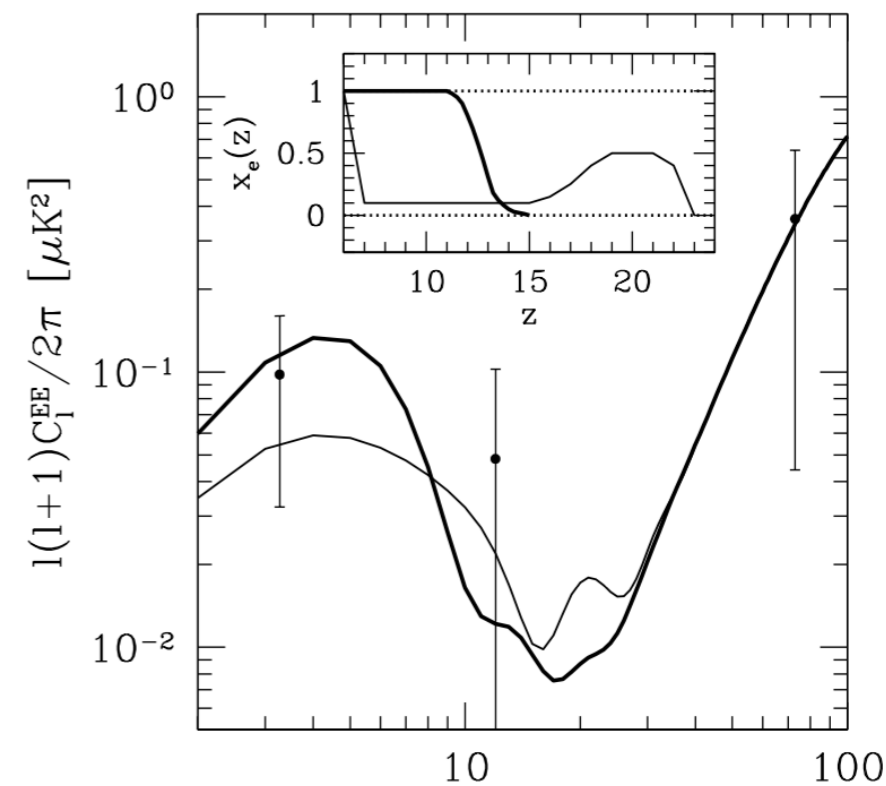
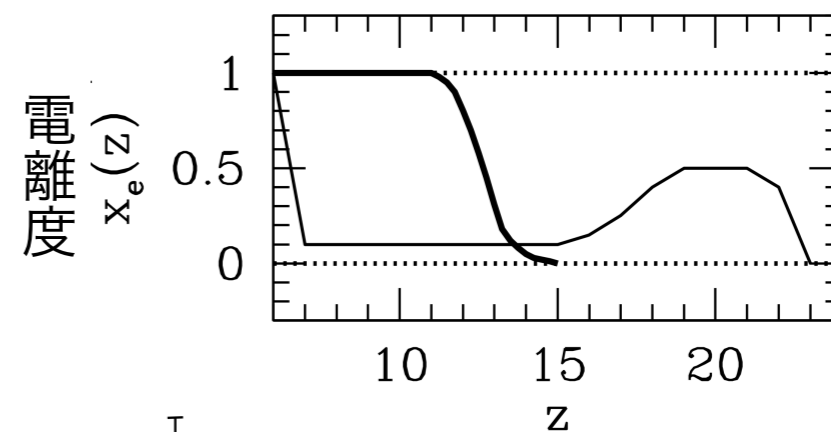
◆ 右の図 : 電離史と電離史に対応する $C_\ell^{EE}$

✿ 高赤方偏移で一度電離しているようなモデル

$\rightarrow \ell \sim 10$ での $C_\ell^{EE}$ がそうでないモデルより大きい

✿  $z \sim 11$ で瞬間的に電離したモデル

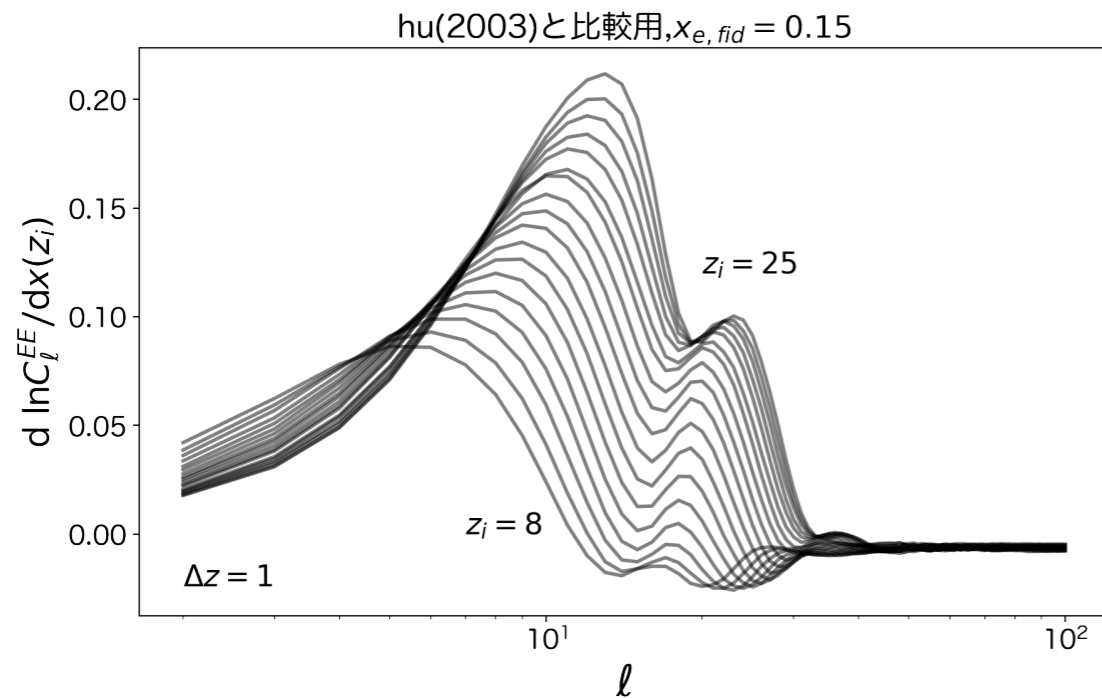
$\rightarrow \ell \lesssim 10$ での $C_\ell^{EE}$ がそうでないモデルより大きい



Mortonson & Hu(2007)

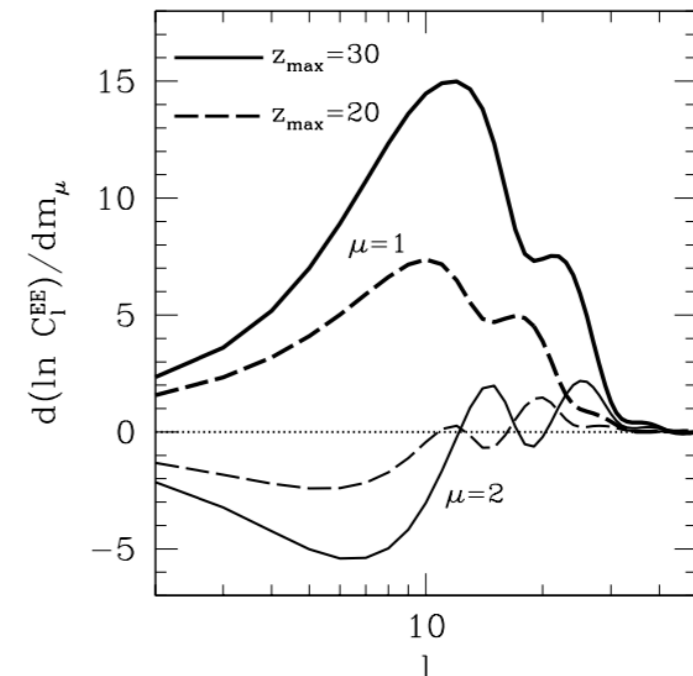
# Introduction-主成分分析

## zごと



- $l$ と $z$ に一対一対応はない
  - $x_e(z_i)$ による $C_l^{EE}$ への寄与と
  - $x_e(z_j)$ による $C_l^{EE}$ への寄与は独立ではない
  - 制限がつけづらい

## PCA



Mortonson & Hu(2007)

- 観測に感度の高い軸を優先的に選ぶことができる
- モードごとに独立 (詳しくは後で)

# ここまでのまとめ

- モチベーションとその手順

- シミュレーション上

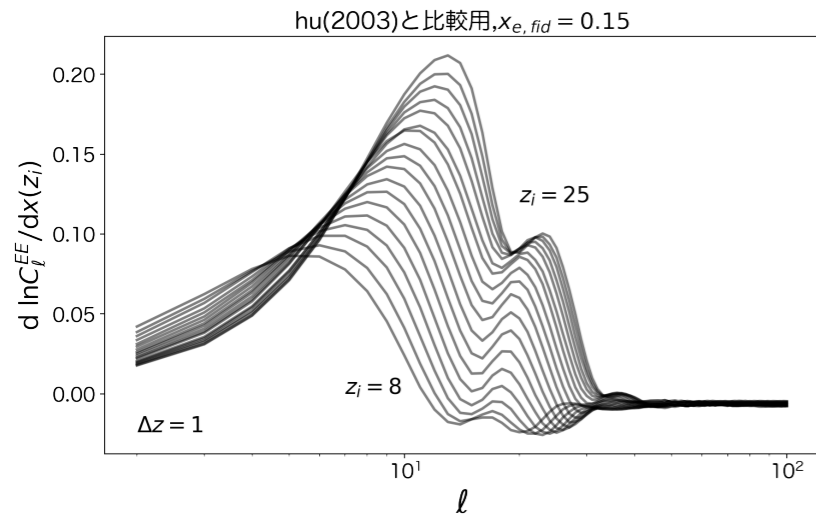
- MHがあるかないかで電離史が区別される
    - その電離史の違いは高赤方偏移で現れる

- 観測的にはどう区別するか

- 電離史を直接観測するのは難しいので  $C_{\ell}^{EE}$  を用いる
    - より多くの情報が欲しいのでPCAを行い電離史に関するパラメータを求める
    - それをマルコフ連鎖モンテカルロ法(MCMC)を用いて予測したパラメータと比較

目的：将来、観測的にMHの寄与の有無を区別できないかを予測する

# この図を出す正確な操作について



$$\textcircled{1} \quad x_{e, fid} = \begin{cases} 1 & (z < 6) \\ 0.3 & (6 < z < 30) \\ 0 & (z > 30) \end{cases} \text{ を用いて } C_\ell^{EE} \text{ を出す}$$

$$\textcircled{2} \quad x_{e, up} = \begin{cases} 1 & (z < 6) \\ 0.3 & (6 < z < z_i) \\ 0.35 & (z = z_i) \\ 0.3 & (z_i < z < 30) \\ 0 & (z > 30) \end{cases}, \quad x_{e, down} = \begin{cases} 1 & (z < 6) \\ 0.3 & (6 < z < z_i) \\ 0.25 & (z = z_i) \\ 0.3 & (z_i < z < 30) \\ 0 & (z > 30) \end{cases} \text{ として}$$

それぞれ  $C_\ell^{EE}$  を求める

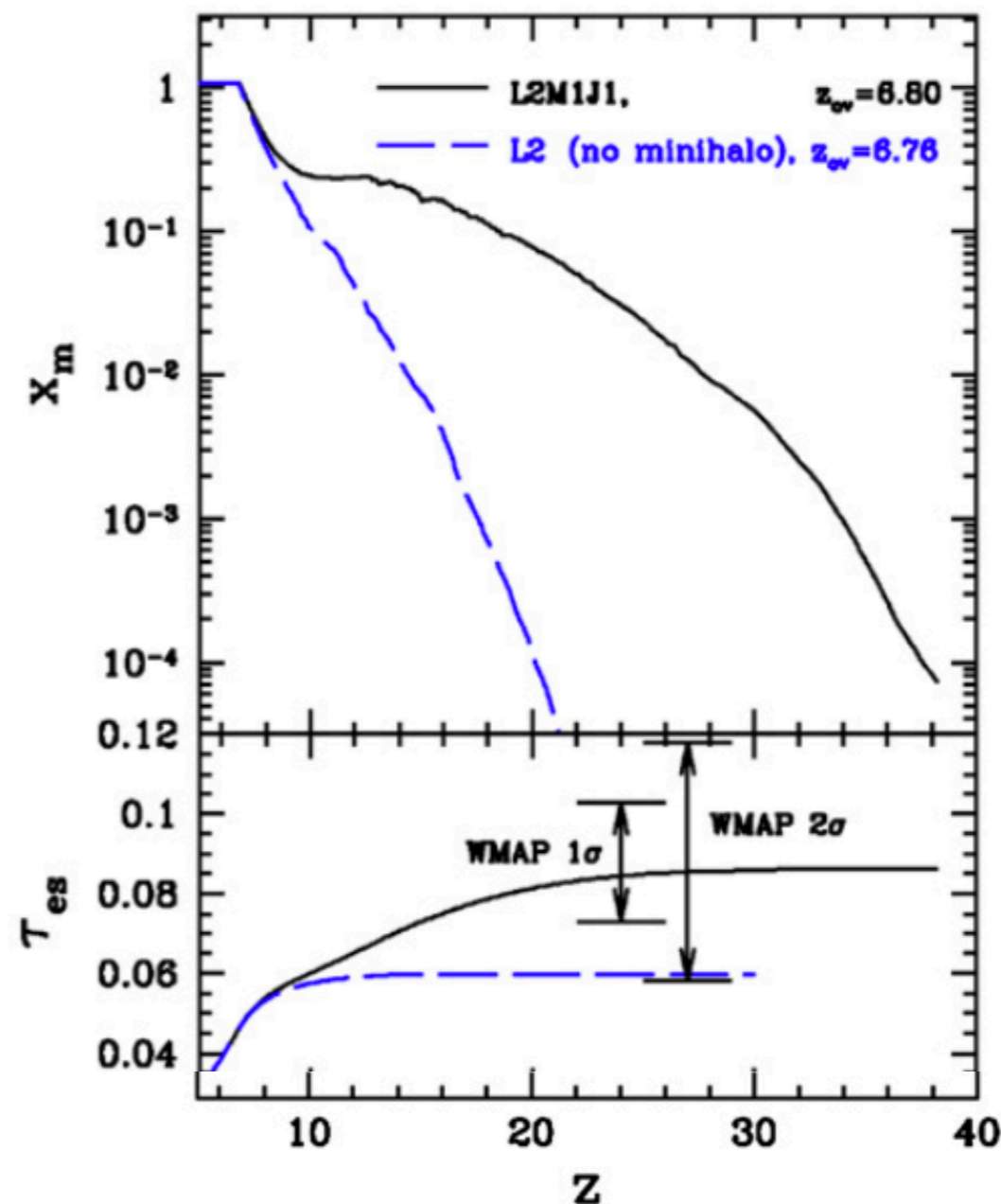
$$\textcircled{3} \quad \frac{dC_\ell^{EE}}{dx_e(z_i)} = \frac{C_\ell^{EE}(x_{e, up}(z_i)) - C_\ell^{EE}(x_{e, down}(z_i))}{\Delta x_e (= 0.1)} \text{ と考えて } \frac{d \ln(C_\ell^{EE})}{dx(z_i)} \text{ を求める}$$

# $\tau$ による制限(先行研究)

- Planckだと $\tau = 0.054$ とかなので...

Ahn et al.(2012),一部省略

- この $\tau$ は電離史に依存してしまう  
(もっと一般的に言いたい)
- $\tau$ だと $2\sigma$ の範囲内に入っちゃうので  
もっと強く言いたい
- こういうモチベーションもあるので  
突っ込まれたら出す ><







$C_\ell$ について

# 角度パワースペクトル

- 天球面上の揺らぎを球面調和関数を用いて展開

- $$\delta_{2D}(\theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{-\ell} a_{\ell m} Y_{\ell}^m(\theta, \phi)$$

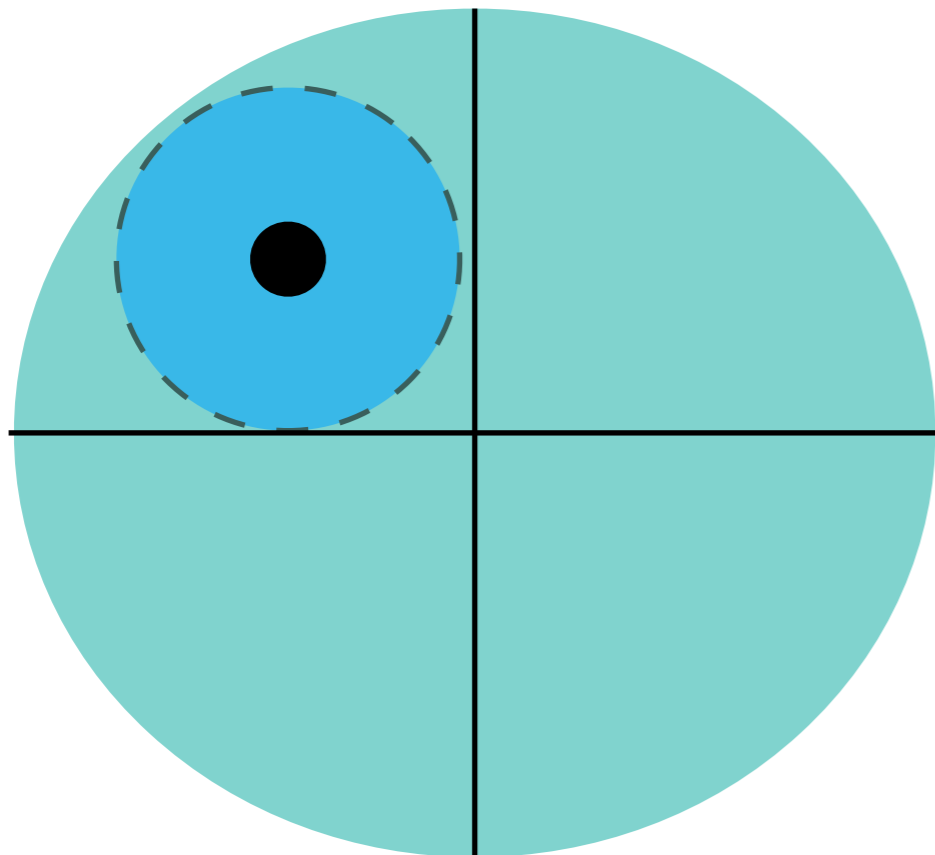
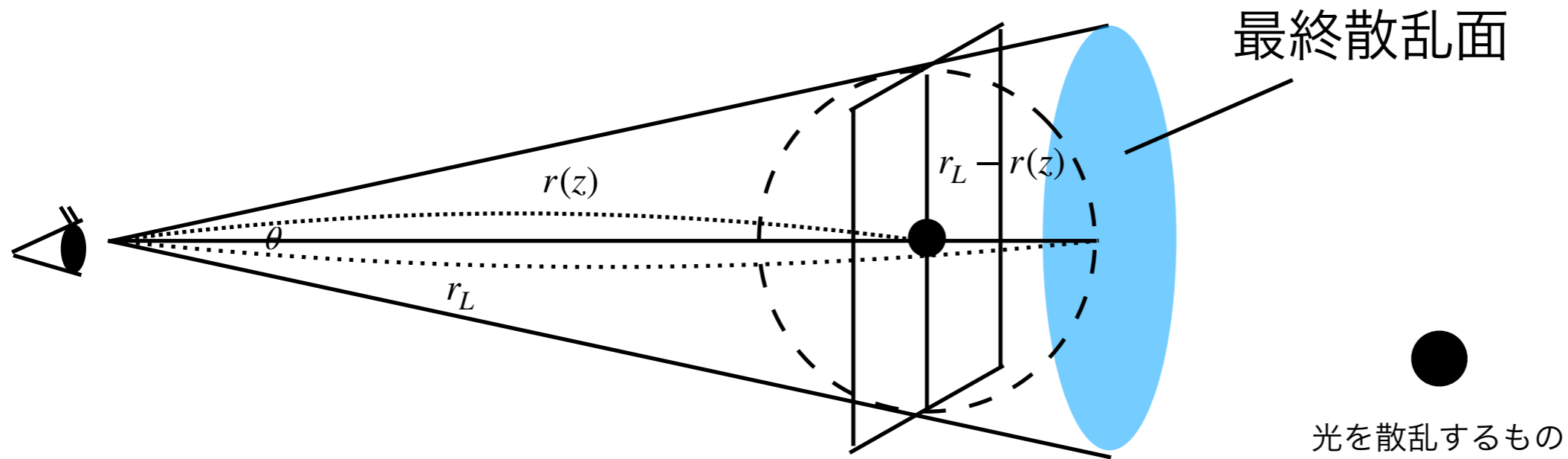
- 展開係数

- $$a_{\ell m} = \int d\Omega Y_{\ell}^m * (\theta, \phi) \delta_{2D}(\theta, \phi)$$

- 角度パワースペクトル

- $$C_{\ell} = \langle a_{\ell m}^* a_{\ell m} \rangle$$

# $C_\ell$ の $\ell$ と $z$ の関係のイメージ図



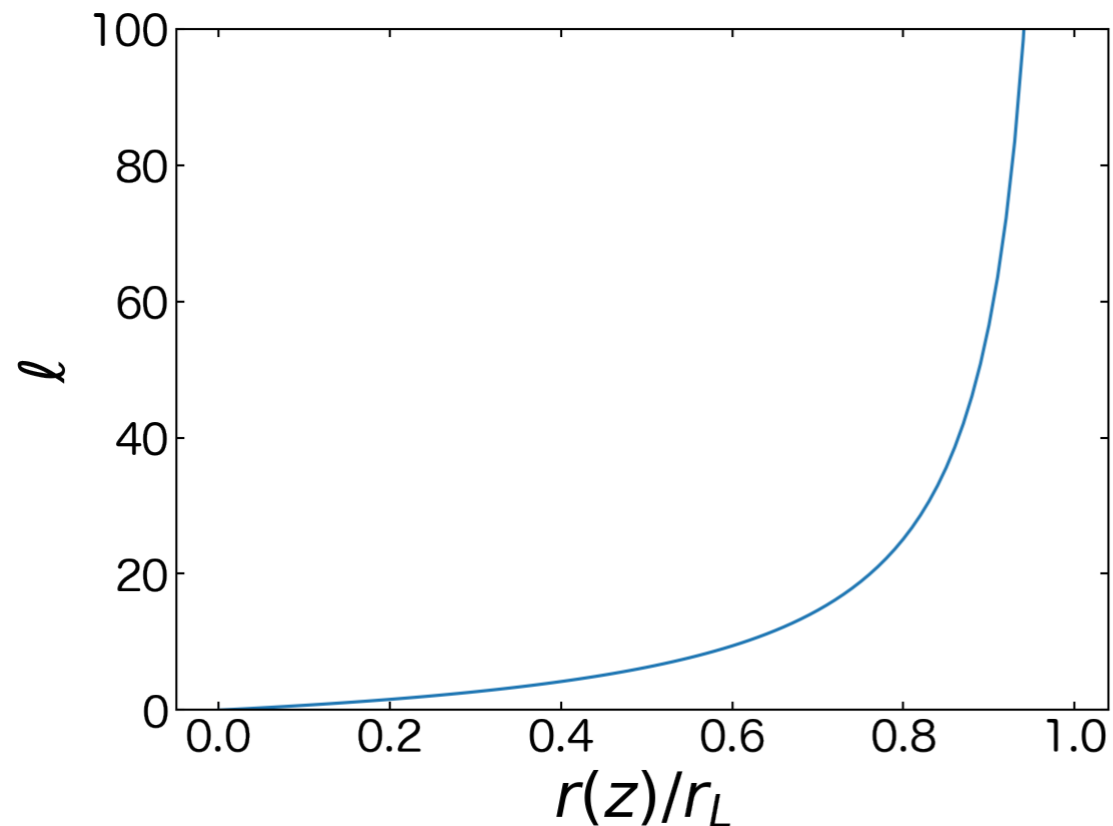
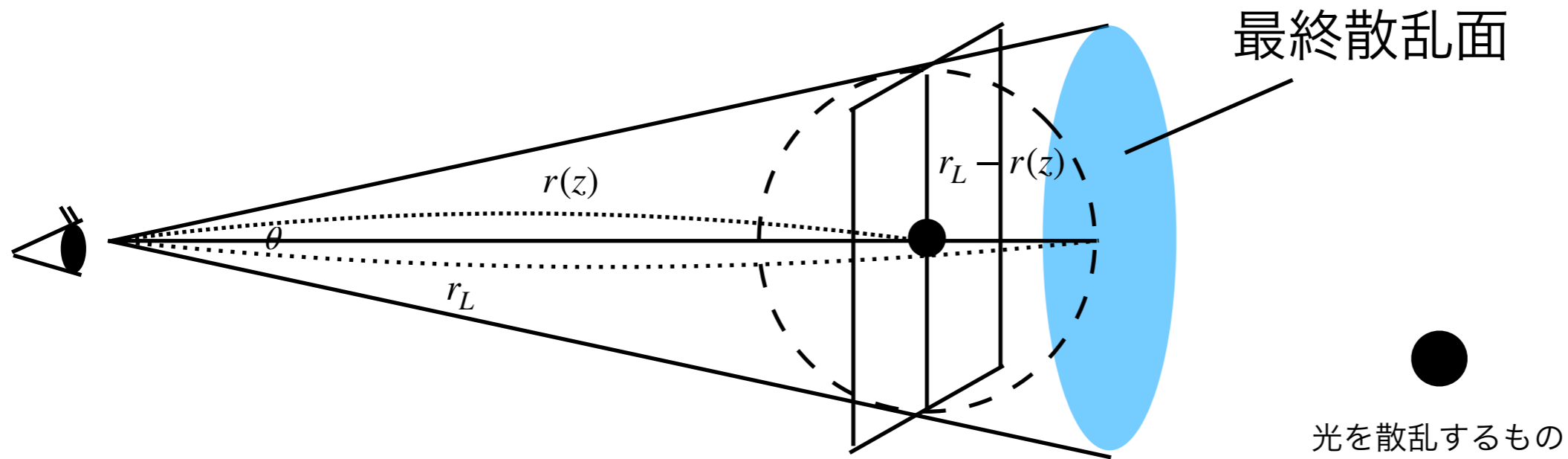
$\ell$  : 分割数に相当

$$\theta \sim \frac{r_L - r(z)}{r(z)}$$

$$\ell \sim \frac{2\pi}{\theta} = 2\pi \frac{r(z)}{r_L - r(z)}$$

電子の位置によって $r(z)$ が変更

# $C_\ell$ の $\ell$ と $z$ の関係のイメージ図



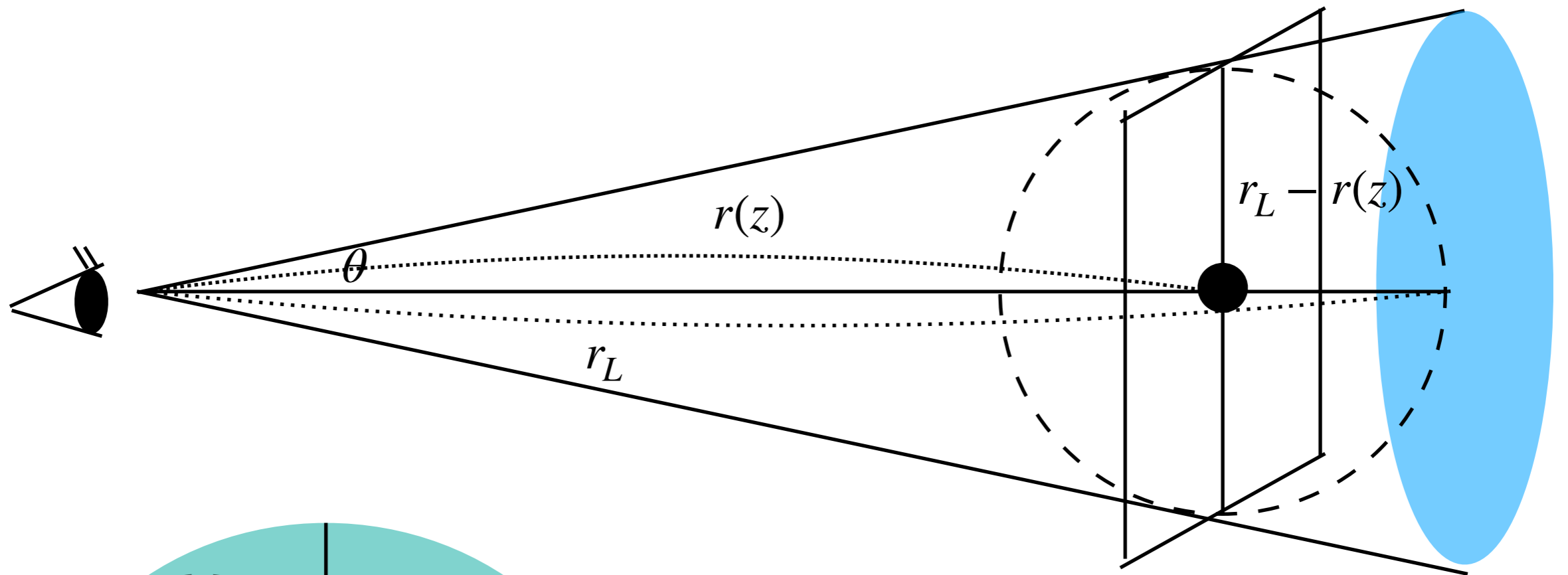
$\ell$  : 分割数に相当

$$\theta \sim \frac{r_L - r(z)}{r(z)}$$

$$\ell \sim \frac{2\pi}{\theta} = 2\pi \frac{r(z)}{r_L - r(z)}$$

電子の位置によって $r(z)$ が変更

# $C_\ell$ の $\ell$ と $z$ の関係のイメージ図



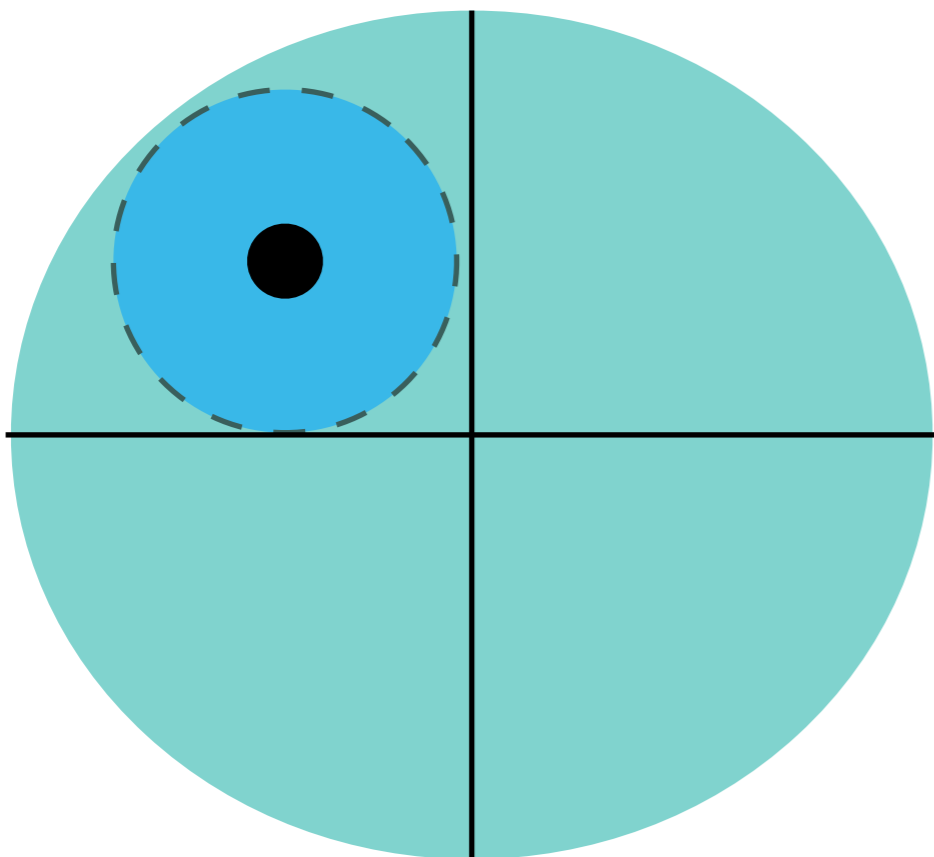
●  
光を散乱するもの

$\ell$  : 分割数に相当

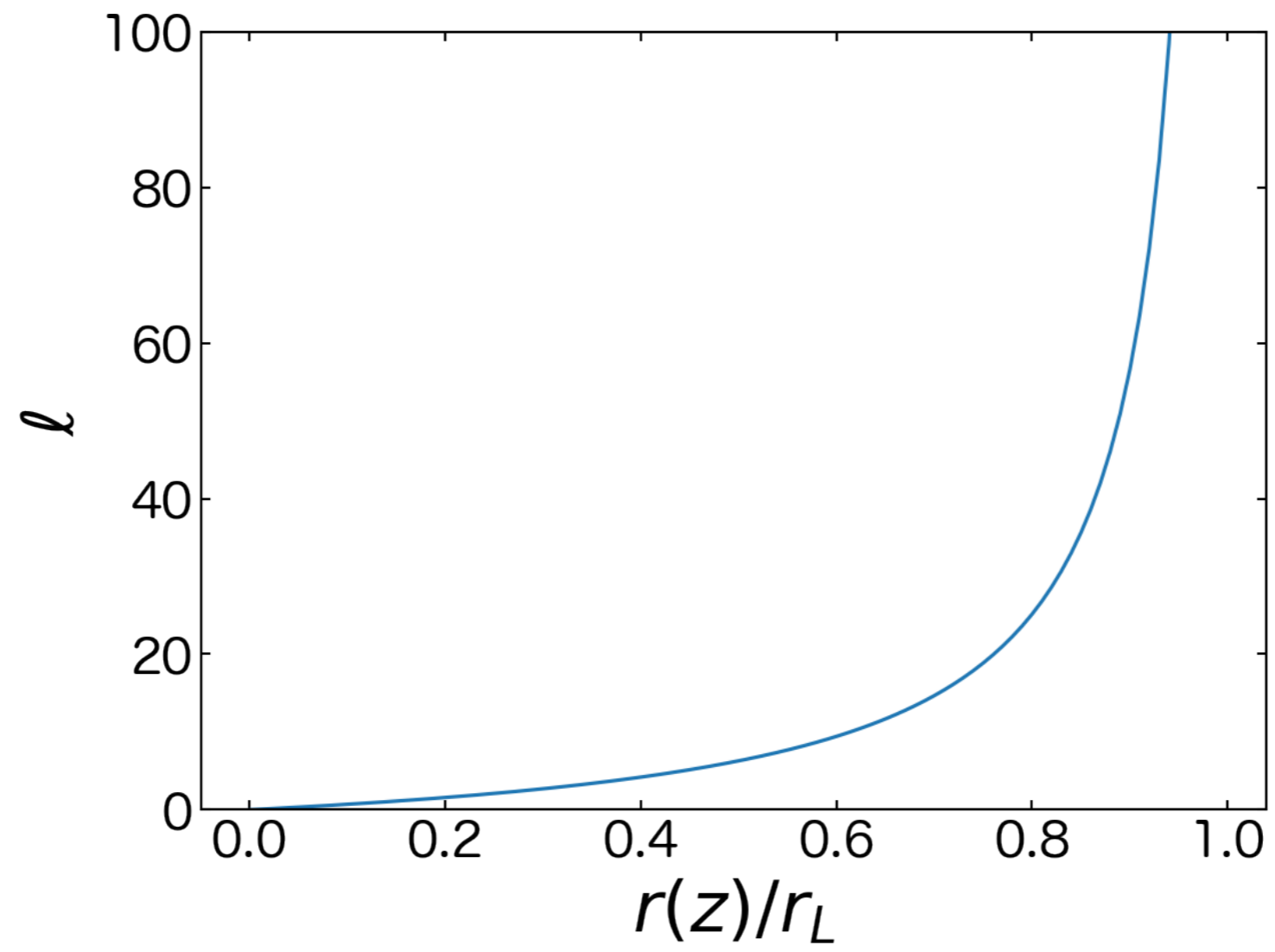
$$\theta \sim \frac{r_L - r(z)}{r(z)}$$

$$\ell \sim \frac{2\pi}{\theta} = 2\pi \frac{r(z)}{r_L - r(z)}$$

電子の位置によって $r(z)$ が変更







水素分子とMH

# MHからの寄与が無視される理由

1. 分解能(ACHは $10^8 M_\odot$ 以上なのに対し、MHは最小で $M = 10^5 M_\odot$ であり、両方とも考慮に入れて計算するのは計算コスト的に厳しい

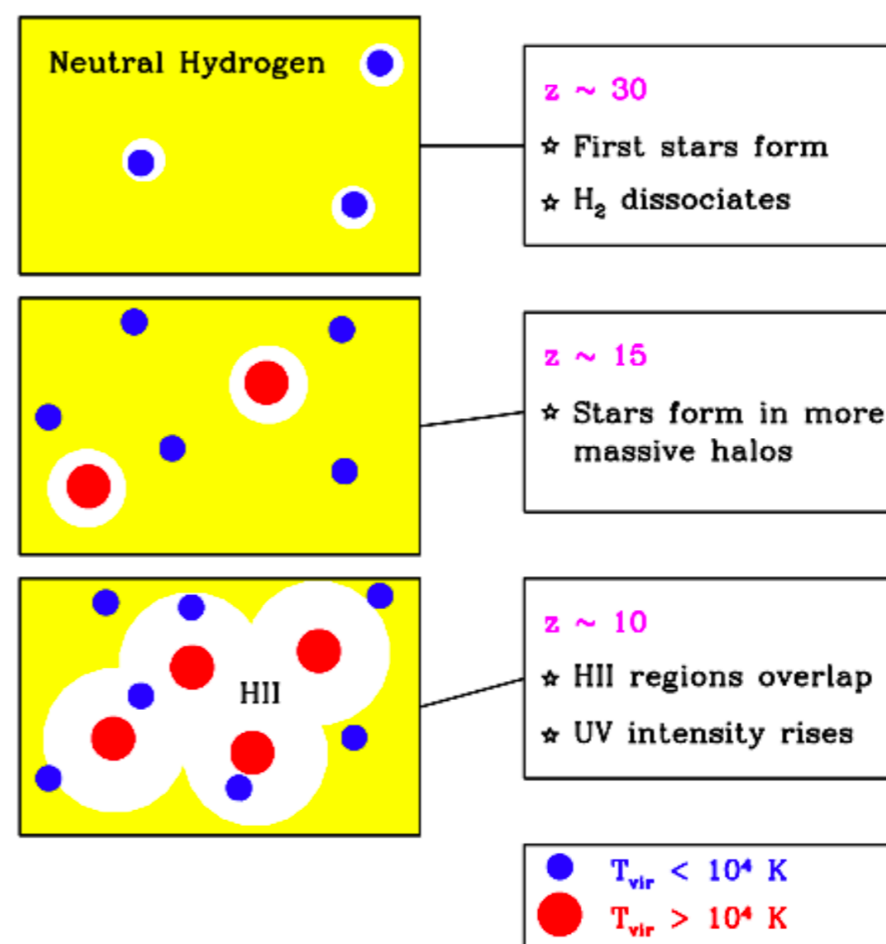
2. LW feedback(以下のfeedback)により星形成が抑制されるため

①  $H_2$ によって冷却されて星ができる

② 星の出す解離光子によって $H_2$ が解離され  
 $H_2$ による冷却が抑制される  
MHで星ができづらくなる

③ これ以降で重力崩壊するには  
水素原子冷却を待たねばならない。  
ただしこれは $T_{vir} > 10^4 K$ で有効、

$$\text{質量に直すと } M > 10^8 M_\odot \left[ \frac{1+z}{10} \right]^{-3/2}$$



# MHと水素分子

◆ 金属(水素, ヘリウム以外)が作られる前にあった分子:  $H_2$

◆ これを形成する主要なプロセスは

- $H + e^- \rightarrow H^- + h\nu$       1000Kくらいで反応が進む
- $H^- + H \rightarrow H_2 + e^-$

◆ 水素分子冷却をするために必要な条件

- $T_{vir} > 1000K : 5 \times 10^4 M_\odot < M$     : 水素分子によってガスの冷却が可能
- コラプスできる:  $3 \times 10^4 M_\odot < M$     : ジーンズ質量より大きい

◆  $H_2$ : 11.26eVから13.6eVのエネルギーの光子によって容易に解離する.

- 平均自由行程は大雑把に見積もって  $\frac{3.1 \times 10^5}{(1+z)^3}$  [Mpc]
- 水素分子は星から出た光により解離されてしまい冷却に使えなくなる!

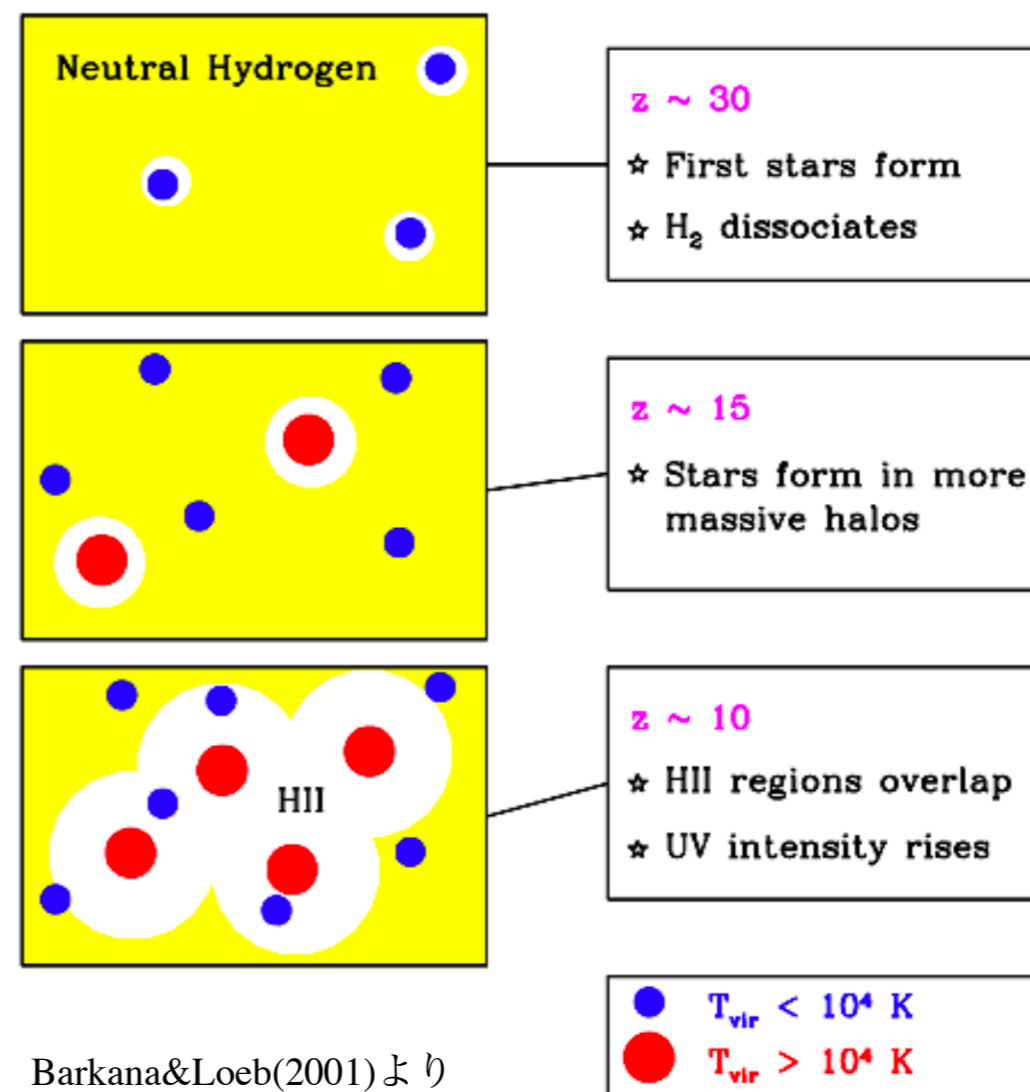
• →MHが出した光によって新しいMHができづらくなる

# 水素分子の光解離

◆  $H_2$  : 11.26eVから13.6eVのエネルギーの光子によって容易に解離する。

平均自由行程は大雑把に見積もって  $\frac{3.1 \times 10^5}{(1+z)^3}$  [Mpc], 結構広がる

- ①  $H_2$ によって冷却されて星ができる
- ② 星の出す解離光子によって $H_2$ が解離され  
 $H_2$ による冷却が抑制される  
MHで星ができづらくなる
- ③ これ以降で重力崩壊するには  
水素原子冷却を待たねばならない。  
ただしこれは  $T_{vir} > 10^4 K$  で有効,



Barkana&Loeb(2001)より

質量に直すと  $M > 10^8 M_{\odot} \left[ \frac{1+z}{10} \right]^{-3/2}$



Fisher-matrix

# Fisher-matrix(1)

- 未来の観測者らわかるだろう不確定な宇宙論パラメータを推定するには？
  - 真の宇宙を記述すると予想される  $C_\ell$
  - 観測から与えられる  $C_\ell$  の不確かさ  $\delta C_\ell$
  - エラーを予想するための宇宙論パラメータ  $\{\lambda_\alpha\}$
- を用いる.
- 宇宙で観測される  $C_\ell$  が真の  $C_\ell$  に近いとき,
  - $$\chi^2 = \sum_{\ell} \frac{(C_\ell\{\lambda_\alpha\} - c_\ell^{obs})^2}{(\delta C_\ell)}$$
- $\chi^2$  を最小にする  $\lambda_\alpha = \bar{\lambda}_\alpha$  : 実際のパラメータ
- 極値から少しずらした時の振る舞い
  - 値が急激に変わる :  $\delta C_\ell \rightarrow$  小なので当てはまりが良い
  - 値が緩やかに変わる :  $\delta C_\ell \rightarrow$  大なのでパラメータの当てはまりが悪い
- 定量的に :  $\chi^2(\lambda_\alpha)$  を  $\chi^2(\bar{\lambda}_\alpha)$  周りに展開し評価



# Fisher-matrix (2)

- 定量的に： $\chi^2(\lambda_\alpha)$ を $\chi^2(\bar{\lambda}_\alpha)$ 周りに展開し評価
- 真の値からの誤差がガウシアンの場合：

$$\chi^2(\lambda_\alpha) = \chi^2(\bar{\lambda}_\alpha) + \underbrace{\frac{\partial \chi^2}{\partial \lambda_\alpha} \Big|_{\lambda_\alpha = \bar{\lambda}_\alpha}}_{\text{極値なので0}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \lambda_\alpha^2} \Big|_{\lambda_\alpha = \bar{\lambda}_\alpha}}_F (\lambda_\alpha - \bar{\lambda}_\alpha)^2$$

- $F = \chi^2$ の二階微分：
$$\sum_{\ell} \frac{1}{\delta C_{\ell}^2} \left[ \left( \frac{\partial C_{\ell}}{\partial \lambda_{\alpha}} \right)^2 + \underbrace{(C_{\ell} - C_{\ell}^{obs}) \frac{\partial^2 C_{\ell}}{\partial \lambda_{\alpha}^2}}_{\ell \text{で和を取る際, 正負入り混じっているため一項目より小さくなるので無視}} \right]$$

- $$\rightarrow F = \sum_{\ell} \frac{1}{\delta C_{\ell}^2} \left( \frac{\partial C_{\ell}}{\partial \lambda_{\alpha}} \right)^2$$

- 2個以上のパラメータに拡張

- $$F_{\alpha, \beta} = \sum_{\ell} \frac{1}{\delta C_{\ell}^2} \left( \frac{\partial C_{\ell}}{\partial \lambda_{\alpha}} \right) \left( \frac{\partial C_{\ell}}{\partial \lambda_{\beta}} \right)$$

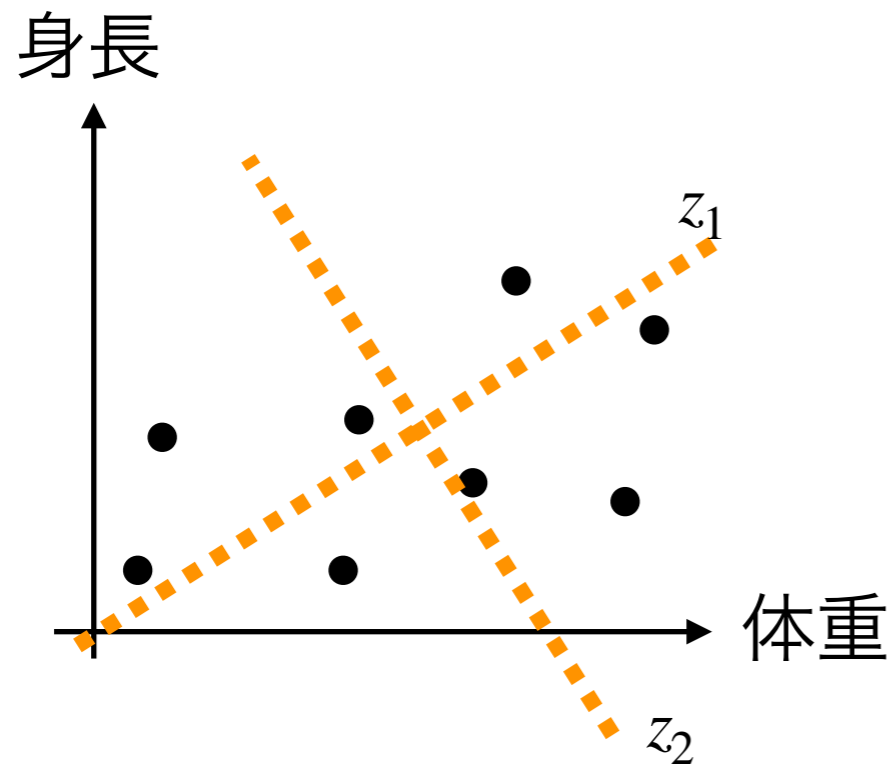


# 主成分分析

# 主成分分析とは(概念)

- P個の変数 $\{x_p\}$ のもつ情報を損失を最小限に抑えながら  
 $\{x_p\}$ の一次結合として与えられる互いに独立なM個の主成分 $z_m$ を用いて表現する手法

- Ex:身長と体重



- $z_1$ の分散は $\{x_p\}$ のもつあらゆる一次式の持つ分散のなかで最大
- $z_m$ の持つ分散  $>$   $z_n$ の持つ分散 ( $n > m$ )



# 電離度の物理的制限

# 物理的制限の付け方

- Millea & Bouchet(2018)を参考

- $$m_\mu = \frac{\int_{z_{min}}^{z_{max}} dz S_\mu[x_e(z) - x_{e, fid}(z)]}{z_{max} - z_{min}}$$

- $m_{max} \rightarrow x_e$ に1.08を入れて計算
- $m_{min} \rightarrow x_e$ に0を入れて計算